A kocka – Mértan

Ismétlés: A kocka felszíne térfogata és testátlója

$F_0 = 4a^2$

$F_t = 6a^2$

$V = a^3$

$d = a\sqrt{3}$

Gyakorlatok

① Példatár 150/14

b) $a = 6\,cm$

$d,\ F_0;\ F_t,\ V;$

Megoldás

$d = a\sqrt{3}$

$d = 6\sqrt{3}\,cm$

$F_0 = 4a^2$

$F_0 = 4\cdot 6^2$

$F_0 = 4\cdot 36$

$F_0 = 144\,cm^2$

$F_t = 6a^2$

$F_t = 6\cdot 6^2$

$F_t = 6\cdot 36$

$F_t = 216\,cm^2$

$V = a^3$

$V = 6^3$

$V = 216\,cm^3$

② Példatár 150/14

d) $a = 3\sqrt{2}$

$d,\ F_0,\ F_t,\ V$

Megoldás

$d = a\sqrt{3}$

$d = 3\sqrt{2}\cdot\sqrt{3} \Rightarrow d = 3\sqrt{6}\,cm$

$F_0 = 4a^2$

$F_0 = 4\cdot(3\sqrt{2})^2 = 4\cdot 9\cdot 2$

$F_0 = 72\,cm^2$

$F_t = 6a^2$

$F_t = 6\cdot(3\sqrt{2}) = 6\cdot 9\cdot 2$

$F_t = 108\,cm^2$

$V = a^3$

$V = (3\sqrt{2})^3 = 27\cdot 2\sqrt{2}$

$V = 54\sqrt{2}\,cm^3$

Szabályos hasábok

1. Szabályos háromoldalú hasáb

Képletek:

$F_0 = K_a \cdot h$

$F_t = F_0 + 2 \cdot T_a$

$V = T_a \cdot h$

d – lapátló

$\boxed{d^2 = h^2 + L^2}$

Egyenlő oldalú háromszög területe

$$T = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{L^2\sqrt{3}}{4}$$

Egyenlő oldalú háromszög magassága

$$h = \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{L\sqrt{3}}{2}$$

Egyenlő oldalú háromszög kerülete

$$K = 3a = 3 \cdot L$$

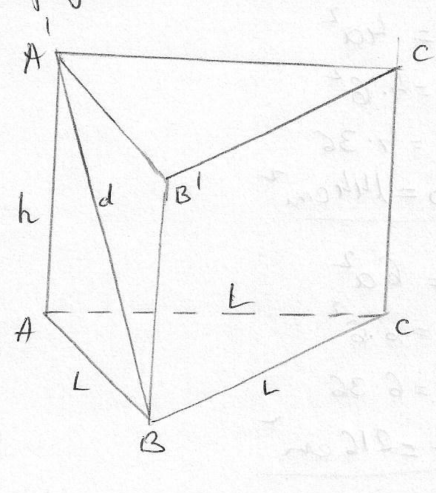
Gyakorlatok: (Megj: $a = L$; a példatárban alapél L)

① Egy szabályos háromoldalú hasábban L az alapél, h a magasság, d a lapátló hossza, F_0 oldalfelszín, F_t – teljes felszín, és V a térfogat. Számítsd ki, ha

a) $L = 4\,cm$

$h = 3\sqrt{3}\,cm$

d, F_0, F_t, V.



Megoldás

$d^2 = h^2 + L^2$

$d^2 = 4^2 + (3\sqrt{3})^2$

$d^2 = 16 + 9 \cdot 3$

$d^2 = 43$

$d = \sqrt{43}\,cm$

$F_O = K_a \cdot h$

$K_a = 3 \cdot L$

$K_a = 3 \cdot 4 = 12\,cm$

$F_O = 12 \cdot 3\sqrt{3} \Rightarrow F_O = 36\sqrt{3}\,cm^2$

$F_t = F_O + 2 \cdot T_a$

$T_a = \frac{L^2\sqrt{3}}{4} = \frac{4^2\sqrt{3}}{4} = \frac{16\sqrt{3}}{4} \Rightarrow T_a = 4\sqrt{3}\,cm^2$

$F_t = 36\sqrt{3} + 2 \cdot 4\sqrt{3} \Rightarrow F_t = 36\sqrt{3} + 8\sqrt{3}$

$F_t = 44\sqrt{3}\,cm^2$

$V = T_a \cdot h$

$V = 4\sqrt{3} \cdot 3\sqrt{3}$

$V = 12 \cdot 3$

$V = 36\,cm^3$

b) Ha $L = 2\sqrt{3}\,cm$

$h = 7$

$d;\ F_O;\ F_t,\ V$

Megoldás

$d^2 = h^2 + L^2$

$d^2 = (2\sqrt{3})^2 + 7^2$

$d^2 = 12 + 49$

$d^2 = 61$

$d = \sqrt{61}\,cm$

$F_O = K_a \cdot h$

$K_a = 3 \cdot L = 3 \cdot 2\sqrt{3}$

$K_a = 6\sqrt{3}\,cm$

$F_O = 6\sqrt{3} \cdot 7$

$F_O = 42\sqrt{3}\,cm^2$

$F_t = F_O + 2 \cdot T_a$

$T_a = \frac{L^2\sqrt{3}}{4} = \frac{(2\sqrt{3})^2\sqrt{3}}{4} = \frac{12\sqrt{3}}{4} = 3\sqrt{3}\,cm^2$

$F_t = 42\sqrt{3} + 2 \cdot 3\sqrt{3}$

$F_t = 42\sqrt{3} + 6\sqrt{3}$

$F_t = 48\sqrt{3}\,cm^2$

$V = T_a \cdot h$

$V = 3\sqrt{3} \cdot 7$

$V = 21\sqrt{3}\,cm^3$

c.) Ha $L = 6\,cm$

$F_0 = 90\,cm^2$

---

d, h, F_t, V

Megoldás (Ebben az esetben az oldalfelszín képletét felírva indulunk ki a feladat megoldásához)

$\boxed{F_0 = K_a \cdot h}$ (Ha ismerjük az alapél hosszát kiszámítható a kerülete)

$K_a = 3 \cdot L = 3 \cdot 6 \Rightarrow K_a = 18\,cm^2$

tehát, (az alapkerületet és az oldalfelszínt behelyettesítve, kapjuk)

$90 = 18 \cdot h$

$h = 90 : 18 \Rightarrow \underline{h = 5\,cm}$

$d^2 = h^2 + L^2$

$d^2 = 5^2 + 6^2$

$d^2 = 25 + 36$

$d^2 = 61 \Rightarrow \underline{d = \sqrt{61}\,cm}$

$F_t = F_0 + 2 \cdot T_a$

$T_a = \frac{L^2\sqrt{3}}{4} = \frac{6^2\sqrt{3}}{4} = \frac{36\sqrt{3}}{4} \Rightarrow T_a = 9\sqrt{3}\,cm^2$

$F_t = 90 + 2 \cdot 9\sqrt{3}$

$\underline{F_t = 90 + 18\sqrt{3}\,cm^2}$

$V = T_a \cdot h$

$V = 9\sqrt{3} \cdot 5$

$\underline{V = 45\sqrt{3}\,cm^3}$

d) Ha $L = 8$

$F_0 = 48 cm^2$

d, h, F_t, V

Megoldás (A c) hasonló)

$F_0 = K_a \cdot h$

$K_a = 3 \cdot L \Rightarrow K_a = 3 \cdot 8 \Rightarrow K_a = 24 cm$

tehát, $48 = 24 \cdot h \Rightarrow h = 48 : 24 \Rightarrow \underline{h = 2 cm}$

$d^2 = h^2 + L^2$

$d^2 = 2^2 + 8^2$

$d^2 = 4 + 64$

$d^2 = 70 \Rightarrow \underline{d = \sqrt{70} cm}$

$F_t = F_0 + 2 \cdot T_a$

$T_a = \frac{L^2\sqrt{3}}{4} = \frac{8^2\sqrt{3}}{4} = \frac{64\sqrt{3}}{4} \Rightarrow T_a = 16 cm^2$

$F_t = 48 + 2 \cdot 16$

$\underline{F_t = 80 cm^2}$

$V = T_a \cdot h$

$V = 16 \cdot 2$

$\underline{V = 32 cm^3}$

e) Ha $h = 8\,cm$

$V = 32\sqrt{3}$

$L,\ d,\ F_o,\ F_t$

Megoldás: (Ebben az esetben a térfogat képletét felírva oldjuk a feladatot!)

$V = T_a \cdot h$ (Behelyettesítve az ismert adatokkal)

$32\sqrt{3} = T_a \cdot 8$

$T_a = \frac{32\sqrt{3}}{8} \Rightarrow T_a = 4\sqrt{3}\ cm^2$

(A terület képletet felírva/felhasználva kiszámítható az alapél hosszát)

$T_a = \frac{L^2\sqrt{3}}{4}$

$4\sqrt{3} = \frac{L^2\sqrt{3}}{4} \Rightarrow 4 \cdot 4\sqrt{3} = L^2\sqrt{3}$

$16\sqrt{3} = L^2\sqrt{3} \quad /:\sqrt{3}$

$16 = L^2 \Rightarrow \underline{L = 4\,cm}$

$d^2 = h^2 + L^2$

$d^2 = 8^2 + 4^2$

$d^2 = 16 + 64$

$d^2 = 80 \Rightarrow d = \sqrt{80} \Rightarrow \underline{d = 4\sqrt{5}\ cm}$

$F_o = K_a \cdot h$

$K_a = 3 \cdot L = 3 \cdot 4 \Rightarrow K_a = 12\,cm$

$F_o = 12 \cdot 8 \Rightarrow \underline{F_o = 96\,cm^2}$

$F_t = F_o + 2 \cdot T_a$

$F_t = 96 + 2 \cdot 4\sqrt{3}$

$\underline{F_t = 96 + 8\sqrt{3}\ cm^2}$

7) Ha $F_o = 54\sqrt{3}\ cm^2$

$F_t = 60\sqrt{3}\ cm^2$

---

d, L, h, V

<u>Megoldás</u> (Felírjuk a teljesfelszín képletét, amiből kiszámítható az alapterület (T_a), amiből kiszámítható az alapél hosszát)

$F_t = F_o + 2 \cdot T_a$

$60\sqrt{3} = 54\sqrt{3} + 2 \cdot T_a$

$2 \cdot T_a = 60\sqrt{3} - 54\sqrt{3}$

$2 \cdot T_a = 6\sqrt{3}\ /:2$

$T_a = 3\sqrt{3}\ cm^2$

$T_a = \frac{L^2\sqrt{3}}{4} \Rightarrow 3\sqrt{3} = \frac{L^2\sqrt{3}}{4} \Rightarrow 4 \cdot 3\sqrt{3} = L^2\sqrt{3}$

$12\sqrt{3} = L^2\sqrt{3}\ /:\sqrt{3}$

$12 = L^2 \Rightarrow L = \sqrt{12}$

$\underline{L = 2\sqrt{3}\ cm}$

(Felírva az oldalfelszín képletét, kiszámítható a magasság hosszát)

$\underline{F_o = K_a \cdot h}$; $K_a = 3 \cdot L$

$K_a = 3 \cdot 2\sqrt{3} \Rightarrow \underline{K_a = 6\sqrt{3}\ cm}$

tehát

$54\sqrt{3} = 6\sqrt{3} \cdot h \Rightarrow h = \frac{54\sqrt{3}}{6\sqrt{3}} \Rightarrow \underline{h = 9 cm}$

$d^2 = h^2 + L^2$

$d^2 = 9^2 + (2\sqrt{3})^2$

$d^2 = 81 + 12$

$d^2 = 93 \Rightarrow \underline{d = \sqrt{93}\ cm}$

$V = T_a \cdot h$

$V = 3\sqrt{3} \cdot 9$

$\underline{V = 27\sqrt{3}\ cm^3}$

g) Ha $F_o = 72\sqrt{3}$
$F_t = 90\sqrt{3}$

L, d, h, V

Megoldás: (Ez a feladat a h) alponthoz hasonló)

$F_t = F_o + 2 \cdot T_a$
$90\sqrt{3} = 72\sqrt{3} + 2 \cdot T_a$
$2 \cdot T_a = 90\sqrt{3} - 72\sqrt{3}$
$2 \cdot T_a = 18\sqrt{3} \quad /:2$
$T_a = 9\sqrt{3}\,cm^2$

$T_a = \frac{L^2\sqrt{3}}{4} \Rightarrow 9\sqrt{3} = \frac{L^2\sqrt{3}}{4}$
$36\sqrt{3} = L^2\sqrt{3} \quad /:\sqrt{3}$
$L^2 = 36 \Rightarrow \underline{L = 6cm}$

$K_a = 3 \cdot L$
$K_a = 3 \cdot 6$
$K_a = 18cm$

$F_o = K_a \cdot h$
$72\sqrt{3} = 18 \cdot h \Rightarrow h = \frac{72\sqrt{3}}{18} \Rightarrow \underline{h = 4\sqrt{3}\,cm}$

$d^2 = h^2 + L^2$
$d^2 = (4\sqrt{3})^2 + 6^2$
$d^2 = 16 \cdot 3 + 36$
$d^2 = 48 + 36 \Rightarrow d^2 = 84 \Rightarrow d = \sqrt{84} \Rightarrow \underline{d = 2\sqrt{21}\,cm}$

$V = T_a \cdot h$
$V = 6 \cdot 4\sqrt{3}$
$\underline{V = 24\sqrt{3}\,cm^3}$

Házi feladat: Példatárból
150/14 a, c, e, f
152-153/1 abcde