Házi feladat javítása - Mérton

A Téglatest.

Példatár
149/3.

a) $a = 6\,cm$
$b = 6\,cm$
$c = 3\,cm$

d, F_t, V

Megoldás:

$d^2 = a^2 + b^2 + c^2$
$d^2 = 6^2 + 6^2 + 3^2$
$d^2 = 36 + 36 + 9$
$d^2 = 81$
$d = \sqrt{81} = 9 \Rightarrow d = 9\,cm$

$F_t = 2ab + 2ac + 2bc$
$F_t = 2 \cdot 6 \cdot 6 + 2 \cdot 6 \cdot 3 + 2 \cdot 6 \cdot 3$
$F_t = 72 + 36 + 36$
$F_t = 144\,cm^2$

$V = a \cdot b \cdot c$
$V = 6 \cdot 6 \cdot 3$
$V = 108\,cm^3$

b) $b = 4\,cm$
$c = 12\,cm$
$d = 13\,cm$

a; F_t; V

Megoldás:

$d^2 = a^2 + b^2 + c^2$
$13^2 = a^2 + 4^2 + 12^2$
$169 = a^2 + 16 + 144$
$169 = a^2 + 160$
$a^2 = 169 - 160$
$a^2 = 9 \Rightarrow a = 3\,cm$

$F_t = 2ab + 2ac + 2bc$
$F_t = 2 \cdot 3 \cdot 4 + 2 \cdot 3 \cdot 12 + 2 \cdot 4 \cdot 12$
$F_t = 24 + 72 + 96$
$F_t = 192\,cm^2$

$V = a \cdot b \cdot c$
$V = 3 \cdot 4 \cdot 12$
$V = 144\,cm^3$

d) $a = 2\sqrt{3}$

$c = \sqrt{6}$

$V = 36\,cm^3$

---

b; d; F_t

Megoldás:

$V = a \cdot b \cdot c$

$36 = 2\sqrt{3} \cdot b \cdot \sqrt{6}$

$36 = 2 \cdot \sqrt{18} \cdot b$

$36 = 2 \cdot 3\sqrt{2} \cdot b$

$36 = 6\sqrt{2} \cdot b$

$b = \frac{36}{6\sqrt{2}} = \frac{6}{\sqrt{2}}$

$b = 3\sqrt{2}\,cm$

$d^2 = a^2 + b^2 + c^2$

$d^2 = (2\sqrt{3})^2 + (3\sqrt{2})^2 + (\sqrt{6})^2$

$d^2 = 4 \cdot 3 + 9 \cdot 2 + 6$

$d^2 = 36 \Rightarrow d = 6\,cm$

$F_t = 2ab + 2ac + 2bc$

$F_t = 2 \cdot 2\sqrt{3} \cdot 3\sqrt{2} + 2 \cdot 2\sqrt{3} \cdot \sqrt{6} + 2 \cdot 3\sqrt{2} \cdot \sqrt{6} \Rightarrow$

$F_t = 12\sqrt{6} + 4\sqrt{18} + 6\sqrt{12}$

$F_t = 12\sqrt{6} + 4 \cdot 3\sqrt{2} + 6 \cdot 2\sqrt{3}$

$F_t = 12\sqrt{6} + 12\sqrt{2} + 12\sqrt{3}$

$F_t = 12 \cdot (\sqrt{6} + \sqrt{2} + \sqrt{3})\,cm^2$

f) $c = 6\,cm$

$d = 2\sqrt{14}\,cm$

$V = 48\,cm$

---

a; b; F_t

Megoldás

$d^2 = a^2 + b^2 + c^2$

$(2\sqrt{14})^2 = a^2 + b^2 + 6^2$

$4 \cdot 14 = a^2 + b^2 + 36$

$56 = a^2 + b^2 + 36$

$a^2 + b^2 = 56 - 36$

$a^2 + b^2 = 20$

Mivel: $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

$(a+b)^2 = 20 + 2ab$

de $V = a \cdot b \cdot c$

$48 = a \cdot b \cdot 6$

$48 = ab \cdot 6 \Rightarrow a \cdot b = 8$

tehát: $(a+b)^2 = 20 + 2 \cdot 8$

$(a+b)^2 = 36$

$\Rightarrow a + b = 6$

$\Rightarrow a = 2$

$b = 4$

$F_t = 2ab + 2ac + 2bc$

$F_t = 2 \cdot 2 \cdot 4 + 2 \cdot 2 \cdot 6 + 2 \cdot 4 \cdot 6$

$F_t = 16 + 24 + 48$

$F_t = 88\,cm^2$

Gyakorlatok – A téglatest

① Példatár

149/h $\equiv$ $\{a; b; c\}$ e.a $\{3; 5; 7\}$

$4a + 4b + 4c = 180$ cm

k: a) $a, b, c = ?$
b) F_t
c) V
d) d

B: a) $\{a; b; c\}$ e.a. $\{3; 5; 7\} \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{a}{3} = \frac{b}{5} = \frac{c}{7} = \frac{a+b+c}{3+5+7} = \frac{45}{15} = 3$

$4a + 4b + 4c = 180$

$4 \cdot (a+b+c) = 180 \Rightarrow a+b+c = 180 : 4$

$a+b+c = 45$

tehát: $\frac{a}{3} = 3 \Rightarrow a = 3 \cdot 3 \Rightarrow \underline{a = 9 m}$

$\frac{b}{5} = 3 \Rightarrow b = 3 \cdot 5 \Rightarrow \underline{b = 15 m}$

$\frac{c}{7} = 3 \Rightarrow c = 3 \cdot 7 \Rightarrow \underline{c = 21 m}$

747 | 3
249 | 3
83 | 83
1

b) $F_t = 2ab + 2ac + 2bc$

$F_t = 2 \cdot 9 \cdot 15 + 2 \cdot 9 \cdot 21 + 2 \cdot 15 \cdot 21$

$F_t = 270 + 378 + 630$

$F_t = 1278 cm^2$

c) $V = a \cdot b \cdot c$

$V = 9 \cdot 15 \cdot 21$

$V = 2835 cm^3$

d)

$d^2 = a^2 + b^2 + c^2$

$d^2 = 9^2 + 15^2 + 21^2$

$d^2 = 81 + 225 + 441$

$d^2 = 747$

$d = \sqrt{747}$

$d = 3\sqrt{83}$ cm

(2) Példatár

149/5

I: $\{a; b; c\} \in a\{3; 4; 12\}$

$d = 91\ dm$

K: $a; b; c$

B.: $\{a; b; c\} \in a\{3; 4; 12\} \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{a}{3} = \frac{b}{4} = \frac{c}{12} = k$

$d^2 = a^2 + b^2 + c^2 \Rightarrow a^2 + b^2 + c^2 = 91^2$

$a^2 + b^2 + c^2 = 8281$

$\frac{a}{3} = \frac{b}{4} = \frac{c}{12} = k \Rightarrow \frac{a}{3} = k \Rightarrow a = 3k$

$\frac{b}{4} = k \Rightarrow b = 4k$

$\frac{c}{12} = k \Rightarrow c = 12k$

tehát $a^2 + b^2 + c^2 = 8281$, vagyis

$(3k)^2 + (4k)^2 + (12k)^2 = 8281$

$9k^2 + 16k^2 + 144k^2 = 8281$

$169k^2 = 8281$

$k^2 = \frac{8281}{169} \Rightarrow k^2 = 49 \Rightarrow \underline{k = 7}$

az

$a = 3k \Rightarrow a = 3 \cdot 7 \Rightarrow \underline{a = 21\ dm}$

$b = 4k \Rightarrow b = 4 \cdot 7 \Rightarrow \underline{b = 28\ dm}$

$c = 12k \Rightarrow c = 12 \cdot 7 \Rightarrow \underline{c = 84\ dm}$

③ Példdatér

149/6. F: $\{a; b; c\} \in a. \{3; 7; 8\}$

$F_t = 1818\ cm^2$

K: $a; b; c; V$

B:

$F_t = 2ab + 2ac + 2bc$

$1818 = 2ab + 2ac + 2bc$

$1818 = 2 \cdot (ab + ac + bc) \Rightarrow ab + ac + bc = 1818 : 2$

$ab + ac + bc = 909$

de $\{a; b; c\} \in a. \{3; 7; 8\} \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{a}{3} = \frac{b}{7} = \frac{c}{8} = k \Rightarrow \frac{a}{3} = k \Rightarrow a = 3k$

$\frac{b}{7} = k \Rightarrow b = 7k$

$\frac{c}{8} = k \Rightarrow c = 8k$

$ab + ac + bc = 909$

$3k \cdot 7k + 3k \cdot 8k + 7k \cdot 8k = 909$

$21k^2 + 24k^2 + 56k^2 = 909$

$101k^2 = 909 \Rightarrow k^2 = \frac{909}{101} \Rightarrow k^2 = 9$

$\Rightarrow k = 3$

$a = 3k = 3 \cdot 3 \Rightarrow \underline{a = 9\ cm}$

$b = 7k = 7 \cdot 3 \Rightarrow \underline{b = 21\ cm}$

$c = 8k = 8 \cdot 3 \Rightarrow \underline{c = 24\ cm}$

$V = a \cdot b \cdot c$

$V = 9 \cdot 21 \cdot 24 \Rightarrow \underline{V = 4536\ cm^3}$

Házi feladat

1. feladat: Egy téglatest méretei egyenesen arányosak 2; 5 és 8 számokkal, a teljes felszíne $F_t = 2112\ cm^2$. Számítsd ki a téglatest méreteit és a térfogatát.

(149/6-os feladathoz hasonló vagyis a gyakorlatokból a ③-al)

2. feladat: Egy téglatest méretei egyenesen arányosak 2; 3 és 7 számokkal. A téglatest összes élei hosszának összege 144 m. Számítsd ki a téglatest

a) méreteit
b) teljes felszínét
c) térfogatát
d) testátlójának hosszát.

(149/4-es feladathoz hasonló vagyis a gyakorlatokból az ①-el)