



2020/1

**SUPPORT**

pentru pregătirea la  
**EVALUAREA NAȚIONALĂ**

**CLASA A VIII-A**



**MUNKAFÜZET**  
az **ORSZÁGOS ÉRTÉKELÉSRE**  
való felkészüléshez

**VIII. osztály**

**Kedves diákok!**

A jelen kiadványt azzal a céllal készítettük el, hogy **segítségükre legyünk a nyolcadikos vizsgára történő felkészülésekben**. A munkafüzet tantárgyakra osztott fejezeteiben olvasható tananyagok **segítik az ismétlést, támogatnak a különböző feladattípusok megismerésében, megértésében és megoldásában**, illetve **lehetőséget adnak gyakorlatok, feladatok önálló elvégzésére**.

Munkafüzetünk **négy részből áll**, amelynek **szerkezete**, a nyolcadikos vizsgáitok sorrendjét követi, és pedig: **Román nyelv és irodalom, Matematika (román és magyar nyelvű változatok) és Magyar nyelv és irodalom**.

**Bármilyen kérdésetek van**, forduljatok bizalommal **telefonon** tanáraitokhoz, az alább megadott elérhetőségeken. **HAMAROSAN ÉRKEZIK A KIADVÁNY MÁSODIK RÉSZÉ IS!**

**Kitartást kívánunk a felkészüléshez, jó egészséget mindannyiatoknak és sok sikert a vizsgákon!**

**A kezdeményezők és a szerzők.**

**NEM ÉRTED A LECKÉT? KÉRDÉSED VAN? HÍVD BÁTTRAN TANÁROD!**

Román nyelv és irodalom tanárom neve ..... és telefonszáma .....

Matematika tanárom neve ..... és telefonszáma .....

Magyar nyelv és irodalom tanárom neve ..... és telefonszáma .....

**Dragi elevi!**

Prin prezenta publicație ***dorim să venim în ajutorul vostru și să vă susținem în eforturile voastre pentru pregătirea la Evaluarea Națională***. Suportul realizat ***susține recapitularea materiei, sprijină cunoașterea, înțelegerea și rezolvarea diferitelor tipuri de subiecte***, respectiv ***asigură posibilitatea autoevaluării cunoștințelor dobândite***.

Suportul pentru pregătirea la Evaluarea Națională ***este structurat în patru capitole***, ordinea acestora urmând succesiunea examenelor naționale: ***Limba și literatura română, Matematică*** (variante în limba română și maghiară), respectiv ***Limba și literatura maternă maghiară***.

***În cazul în care aveți întrebări*** în legătură cu lecțiile de pregătire **contactați-vă profesorii** prin intermediul **datelor de contact de mai jos**. **ÎN CURÂND SOSEȘTE ȘI PARTEA A DOUA A PUBLICAȚIEI!**

***Vă dorim multă perseverență în pregătire, sănătate pentru toți și mult succes la Evaluarea Națională!***

**Inițiatorii și autorii**

**NU ÎNȚELEGI LECȚIA? AI ÎNTREBĂRI? CONTACTEAZĂ-ȚI PROFESORUL!**

Numele profesorului meu (Lb. lit. română)..... Nr. telefon: .....

Numele profesorului meu (Matematică) ..... Nr. telefon: .....

# LIMBA ȘI LITERATURA ROMÂNĂ

**Dragi elevi, viitori absolvenți ai clasei a VIII-a,**

Evenimentele din ultimul timp au făcut să nu vă mai puteți întâlni la școală, să recapitulați, să vă pregătiți împreună pentru **Evaluarea Națională 2020**. Profesorii s-au gândit la emoțiile voastre și au încercat să vă ajute. De aceea, au realizat emisiuni, lecții pe internet sau lecții de pregătire pe suport tipărit, așa cum este acest material.

Venim în ajutorul vostru cu un **JURNAL DE PREGĂTIRE** în care găsiți **noțiuni teoretice și exemple practice de rezolvare**. Materialul nostru vizează multe dintre cerințele din **TESTELE DE ANTRENAMENT** ale Ministerului Educației și Cercetării.

**Citiți, recapitulați, rezolvați, autoevaluați-vă, revedeți noțiunile** care v-au creat greutate în rezolvarea testelor!

**Autoarele**

## JURNAL DE PREGĂTIRE (I)

COMPUNERI	ELEMENTE DE FONETICĂ ȘI VOCABULAR, MORFOSINTAXĂ, NOȚIUNI DE TEORIE LITERARĂ				
* <b>genul liric</b> Testul 3: Subiectul I., B.	corespondența litere-sunete: <i>cheamă-6 litere, 4 sunete;</i> <i>ger-3 litere, 3 sunete</i>	sinonime: <i>a împodobi=a ornat;</i> <i>hotarele= granițele</i>	*cuvânt derivat, derivare	gen, număr	epitet: <i>„nuferi galbeni”;</i> <i>„soare dulce”</i>
* <b>compunere narativă</b> Testul 9: Subiectul al II- lea, B.	punctul	*verb: modul indicativ	*predicat verbal, predicat nominal (nume predicativ)	*propoziție subordonată predicativă	*imagini artistice

### \*genul liric

Testul 3 – Subiectul I., B. – Text suport: Mihai Eminescu, *Frumoasă-i...* (fragment)

**Redactează o compunere de minimum 150 de cuvinte, în care să motivezi apartenența la la genul liric a textului dat.**

**16 puncte**

În compunerea ta, trebuie:

- să precizezi două trăsături ale genului liric;

*(Cele două trăsături poți să le precizezi la începutul compunerii, în partea de definire a genului.)*

- să prezinți detaliat două trăsături ale genului liric, valorificând fragmentul dat;

- să ai un conținut adecvat cerinței;

*(Citește cu atenție textul suport. Pentru a lucra mai ușor, găsești mai jos un „DREPTUNGHI MAGIC”.)*

- să respecti precizarea privind numărul minim de cuvinte.

*(După ce ai terminat compunerea, numără cuvintele. Atenție! Să nu ai mai puțin de 150 de cuvinte, ca să poți primi punctajul pentru redactare.)*

- ◇ În redactarea compunerii, poți folosi sugestiile legate de genul literar, temă, sentimente, moduri de expunere, mărci lexico-gramaticale ale eului liric, imagini artistice și figuri de stil, elemente de versificație etc. din „DREPTUNGHIUL MAGIC”:

<ul style="list-style-type: none"> <li>◇ genul liric</li> </ul> <p><b>Genul liric cuprinde operele literare în care autorul, în ipostaza (rolul) eului liric transmite direct idei, gânduri, sentimente folosind imagini artistice și figuri de stil.</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>◇ temă</li> </ul> <p><b>Tema poeziei este natura.</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>◇ sentimente</li> </ul> <p><b>Sentimentele transmise sunt de admirație față de natură.</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>◇ moduri de expunere</li> </ul> <p><b>Modurile de expunere sunt descrierea artistică și monologul liric.</b></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>◇ imagini artistice, figuri de stil</li> </ul> <p>-imagini vizuale: „Lacul cel verde și lin”; „Dumbrava cea verde pe mal/ S-oglinde în umedul val”; „O stâncă stârpită de ger/ Înălț-a ei frunte spre cer”;</p> <p>-imagini olfactive: „Mă culc între flori cu miros”;</p> <p>-imagini auditive: „Ascult la a valului cânt”;</p> <p>-imagini de mișcare: „Văd fluturi albaștri, ușori/ Roind și bând miere din flori.”;</p> <p>-epitete: „cel verde și lin”, „ochiul uimit”;</p> <p>-personificări: „Soarele nori sfâșiind”, „Stânca... Înălț-a ei frunte spre cer”;</p> <p>-hiperbolă: „covor,/Țesut cu mii tinere flori”;</p> <p>-enumerație: „văd apa cum tremură lin.../văd lebede.../văd fluturi”;</p> <p>-metafore: „nori de argint”, „lebede, barcă de vânt” etc.</p> <p>Sugestii de răspuns: <b>În text este descris un peisaj de munte, într-o zi senină de vară. În prima parte a textului este realizată imaginea vizuală a lacului cu ajutorul epitetului dublu „lacul cel verde și lin”. În apa limpede a lacului se oglindește cerul albastru, pe care se văd norii care strălucesc în razele soarelui ce pătrund printre ei. Imaginea vizuală a cerului este realizată cu ajutorul epitetelor „cerul senin”, „norii cei albi de argint” și a personificării „Soarele nori sfâșiind”.</b></p>
--	--



<p>◇ mărci lexico-gramaticale ale eului liric:</p> <p>-pronume personale la persoana I și a II-a;          -verbe la persoana I și a II-a;          -adjective pronominale posesive provenite din pronume posesive la persoana I și a II-a;          - substantive în cazul vocativ;          -interjecții etc.</p> <p><i>Mărcile lexico-gramaticale ale eului liric identificate în poezie sunt: pronumele personal la persoana I „eu”, verbele la persoana I „mă sui”, „pui”, „caut”, „cobor”, „mă culc”, „ascult”.</i></p>	<p>◇ elemente de versificație: versuri, strofe, măsură, ritm, rimă etc.</p> <p><i>Fragmentul are 28 de versuri. Măsura versurilor este de opt silabe. Poezia are rimă împerecheată. Elementele de versificație susțin muzicalitatea poeziei.</i></p>
---	--

**\*cuvânt derivat , derivare**

**Testul 5 –** Subiectul I., A., 3.: Explică modul de formare a cuvintelor subliniate din secvențele: Îi desfăcu sfoara cu care era legat și pe sprâncenele încruntate. **4 puncte**

Exemple de răspuns:

*desfăcu* – cuvânt format prin derivare cu prefixul „des-” de la cuvântul de bază a face

*încruntate* – adjectiv provenit din participiul verbului a încrunta

**\*verb: modul indicativ**

MODUL INDICATIV						
timpul prezent (a învăța)						
(eu) învăț, (tu) înveți, (el/ea) învață, (noi) învățăm, (voi) învățați, (ei/ele) învață						
timpul perfect compus (a citi; a scrie)		timpul imperfect (a calcula)	timpul perfect simplu (a veni; a merge)		timpul mai-mult-ca-perfectul (a veni; a merge)	
am citit	am scris	calculam	venii	mersei	venisem	mersesem
ai citit	ai scris	calculai	veniși	merseși	veniseși	merseseși
a citit	a scris	calcula	veni	merse	venise	mersese
am citit	am scris	calculam	venirăm	merserăm	veniserăm	merseserăm
ați citit	ați scris	calculați	venirăți	merserați	veniserăți	merseserați
au citit	au scris	calculau	veniră	merseră	veniseră	merseseră
timpul viitor (a cânta; a vedea; a face; a ști)				timpul viitor anterior (a ști)	timpul viitor popular (a câștiga)	
voi cânta	voi vedea	voi face	voi ști	voi fi știut	o să câștig	am să câștig
vei cânta	vei vedea	vei face	vei ști	vei fi știut	o să câștigi	ai să câștigi
va cânta	va vedea	va face	va ști	va fi știut	o să câștige	are să câștige
vom cânta	vom vedea	vom face	vom ști	vom fi știut	o să câștigăm	avem să câștigăm
veți cânta	veți vedea	veți face	veți ști	veți fi știut	o să câștigați	aveți să câștigați
vor cânta	vor vedea	vor face	vor ști	vor fi știut	o să câștige	au să câștige

**\*predicat verbal; predicat nominal** (nume predicativ)

- predicat verbal: Elevul învăță bine.
- predicat nominal (*verb copulativ* + nume predicativ): Elevul este harnic. Fratele meu a devenit (a ajuns/ s-a făcut/ a ieșit/ a rămas) inginer. Dan pare supărat. Arta înseamnă talent

**Testul 10 –** Subiectul al II-lea, A., 4.: Precizează funcția sintactică a cuvintelor subliniate, menționând partea de vorbire prin care se exprimă: România se confruntă zilnic cu o astfel de problemă. **4 puncte**

Exemple de răspuns:

**se confruntă - funcția sintactică: predicat verbal;** partea de vorbire: verb predicativ

**zilnic – funcția sintactică: complement circumstanțial de timp;** partea de vorbire: adverb de timp

\***propoziție subordonată predicativă** (termen regent: verb copulativ):

Colega mea a devenit<sup>1/</sup> **ce a visat**.<sup>2/</sup>

1= propoziție principală

2 = **propoziție subordonată predicativă**

Întrebarea este/ *cine va câștiga.*/

Andrei a ajuns/ *cum și-a dorit.*/

Cerul pare/ *că este de cerneală.*/

A învăța înseamnă/ *să muncești mult.*/

Înțelegerea a rămas/ *cum am discutat.*/

**Testul 7 – Subiectul al II-lea, A., 6.: Construieste o frază alcătuită din două propoziții în care să existe o propoziție subordonată predicativă, introdusă prin adverbul relativ *cum*.**

Exemplu de răspuns:

Angela a rămas<sup>1/</sup> cum a fost.<sup>2/</sup>

1= propoziție principală

2 = propoziție subordonată predicativă

\***imagini artistice:**

- imagini **vizuale**: „*Lacul codrilor albastru*”; „*cercuri albe*”; „*sub lumina blândeii lune*”;
- imagini **auditive**: „*Și ascult de la răcoare/ Pîtpalacul*”; „*Apa sună somnoroasă*”; „*Vântu-n trestii lin foșnească, / Unduioasa apă sune!*” ;
- imagini **motrice** (dinamice/ de mișcare): „*E un lup ce se alungă după prada-i spăimântată!*”; „*Vino-n codru la izvoorul / Care tremură pe prund.*” ;
- imagini **olfactive**: „*văzduhul tămâiet*”; „*Primăvară...! O pictură parfumată cu vibrații de violet.*”

**Testul 9– Subiectul al II-lea, B.: Redactează o compunere de 150 - 300 de cuvinte, în care să relatezi o întâmplare petrecută într-o grădină. 12 puncte**

În compunerea ta trebuie:

- să relatezi o întâmplare, respectând succesiunea logică a evenimentelor;
- să precizezi două elemente ale contextului spațio-temporal;
- să ai un conținut adecvat cerinței formulate;
- să respecți precizarea referitoare la numărul de cuvinte.

**Exemplu de compunere**

În fiecare dimineață, bunica merge în grădină. Se uită la morcovi, la castraveți, la ceapă, la roșii și la usturoi. Grădina bunicii mele este una dintre cele mai frumoase grădini pe care le-am văzut. Toate legumele își au locul lor, frumusețea lor și gustul lor.

Numai că azi dimineață, bunica mea a avut parte în grădina ei de o întâmplare neobișnuită. A intrat în casă alergând și tremurând. Încă mai tremură. S-a speriat rău. S-a așezat pe un scaun. A băut un pahar cu apă. După ce s-a mai liniștit, mi-a povestit ce s-a întâmplat.

Ca în fiecare dimineață, a ieșit și astăzi în grădina ei frumoasă să vadă ce îi mai fac morcovii, cepele, roșiile și castraveții. S-a aplecat să rupă o buruiană dintre roșii când, deodată, a zărit o pereche de ochi căprui, un căpșor brun, un bot îngust și o coadă stufoasă roșiatică. Nu s-a așteptat să se întâlnească cu o vulpe. Primul ei gând era: Ce caută vulpea în grădină? S-a speriat groaznic. Numai vulpea s-a speriat mai tare decât ea. Bunica a alergat repede spre ușa casei, a intrat în bucătărie, abia s-a putut așeza. Încă mai tremură în urma acestei vizite a vulpii, încă îi mai bate puternic inima.

Curioasă, am ieșit să văd și eu vulpea din grădină, dar, bineînțeles, nu mai era acolo. Nici urmă de vulpe! Mi-a fost milă de bunica, din cauză că a avut parte de o asemenea sperietură, dar, pe de altă parte, aș fi fost curioasă să văd cu ochii mei o vulpe frumoasă, cu o coadă stufoasă roșiatică, în grădina bunicii.

*Exersează cu ajutorul Testelor de antrenament ale Ministerului Educației și Cercetării!* **T1.** I.A.1, 3; II.A.3, 6; **T2.** I.A.1, 3; II.A.3; **T3.** I.A.1; **T4.** I.A.1, 3; **T5.** I.A.1, 3; II.A.3; **T6.** II.A.3; **T7.** I.A.1; II.A.6; **T8.** I.A.1,2;; II.A.3; **T9.** I.A.1,3; II.A.3; **T10.** I.A.1; II.A.3,4; **T11.** I.A.1; II.A.3; **T12.** I.A.1,3; **T13.** I.A.1,2; II.A.3,4; **T14.** I.A.1; II.A.6; **T15.** I.A.1; II.A.3.

<b>Autoevaluare</b>	<i>Bifează ce știi!</i> corespondența litere-sunete; sinonime; derivarea; genul, numărul; punctul; modul indicativ; predicatul verbal, predicatul nominal (nume predicativ); propoziția subordonată; imagini artistice <i>Notează aici ce trebuie să rezezi!</i>
---------------------	---

## JURNAL DE PREGĂTIRE (II)

COMPUNERI	ELEMENTE DE FONETICĂ ȘI VOCABULAR, MORFOSINTAXĂ, NOȚIUNI DE TEORIE LITERARĂ				
* <b>pastelul</b> Testul 14: Subiectul I, B.	diftong <i>frumoasă, seară, iar, pui</i>	antonime: <i>bun-rău, acolo-aici, (a) iubi-(a) urî</i>	*cuvânt compus, compunere	*cazurile	aliterația: <i>„zalele-i zuruie” „cântece ciripitoare”</i>
* <b>compunere descriptivă</b> Testul 5: Subiectul al II- lea, B.	semnul întrebării	verb: modul conjunctiv <i>să știu (prezent) să fi vrut (perfect)</i>	*subiect	*propoziție subordonată subiectivă	mărci lexico- gramaticale ale eului liric

### \*pastelul

Testul 14 – Subiectul I, B. – Text suport: George Topăceanu, *Pastel* (fragment)

**Redactează o compunere de minimum 150 de cuvinte, în care să motivezi apartenența la specia literară  
pastel a textului dat. 16 puncte**

În compunerea ta, trebuie:

- să precizezi două trăsături ale pastelului;
- să prezinți detaliat două trăsături ale pastelului, valorificând textul dat;
- să ai un conținut adecvat tipului de text și cerinței formulate;
- să respecti precizarea privind numărul minim de cuvinte..

În redactarea compunerii, poți folosi sugestiile legate de specia literară, temă, sentimente, moduri de expunere, imagini artistice și figuri de stil etc., care apar în „DREPTUNGHIUUL MAGIC”:

<p><i>Pastelul este o specie a genului liric, în care este descris un peisaj din natură, un fenomen al naturii, un anotimp, un moment al zilei, față de care eul liric își exprimă sentimente de admirație, folosind un limbaj metaforic.</i></p> <p><i>Tema pastelului este natura. În poezie este descris tabloul magnific al unui asfințit, în apropierea Dunării.</i></p> <p><i>Sentimentele transmise sunt de admirație față de natură. Eul liric apare în ipostaza unui contemplator.</i></p>	<p>Mărcile lexico-gramaticale ale eului liric în pastel sunt puține sau nu apar deloc, pentru că subiectivitatea autorului este codificată în imaginile artistice realizate și în figurile de stil folosite.</p> <p><i>Pastelul este compus din două tablouri: tabloul apei Dunării, tabloul malului Dunării, realizate cu ajutorul unor elemente ale planului terestru („Dunărea”, „unda”, „răchitele”, „boschetul”, „mal”, „minaretul”, „semiluna”, „ostrovul”) și prin evocarea momentelor zilei care fac trimitere la planul cosmic („asfințit”, „amurg”). Legătura dintre cele două planuri este realizată de imaginea vârfului de minaret în care sclipește semiluna.</i></p>
<p>Într-un pastel puteți descoperi imagini vizuale, imagini auditive, imagini olfactive, imagini dinamice (de mișcare).</p> <p><i>În textul suport, peisajul aduce în fața cititorului imagini vizuale realizate prin mijloace artistice diferite. Imaginea vizuală a cerului la asfințit, care se oglindește magic în apa curgătoare a Dunării este realizată prin intermediul enumerației „Din asfințit, de peste munte” și a metaforei „Răsfârângerii roșii de amurg/ Se sfarmă-n licăriri mărunte/ Și-n Dunărea umbrită curg”. Odată cu trecerea apei, tabloul își schimbă culoarea („Dar unda tulbure le-ngroapă”), culoarea roșie se pierde, devine portocalie și se vede doar ca pete răzlețe, pe apă: „De-abia mai tremură pe apă/ ca niște coji de portocale” (comparație).</i></p>	<p>Modurile de expunere sunt monologul liric, descrierea artistică.</p> <p><i>În textul suport, modul de expunere este descrierea artistică.</i></p> <p><i>Din punct de vedere morfologic, se remarcă folosirea grupului nominal: „licăriri mărunte”, „Dunărea umbrită”, „unda tulbure”, „întunecatul boschet”, „ostrovul izolat”.</i></p>

\***cuvânt compus, compunere** (este mijlocul intern de îmbogățire a vocabularului prin care se formează cuvinte noi, unind doi termeni diferiți):

Exemple:

*de la* – cuvânt compus, compunere prin alăturare fără cratimă

*floarea-soarelui* – cuvânt compus, compunere prin alăturare cu cratimă

*numai* – cuvânt compus, compunere prin sudare (alipire/contopire)

*C.F.R.* – cuvânt compus, compunere prin abreviere (prescurtare)

### \*cazurile

Cazul	Întrebări	Prepoziții (locuțiuni prepoziționale)	Exemple
<b>nominativ</b>	<i>cine? ce?</i>	-	<b>Elevul</b> (subiect) învață. El este <b>elev</b> . (nume predicativ)
<b>acuzativ</b>	<i>pe cine? ce? cu cine? cu ce? despre cine? despre ce? de la cine? de la ce? pentru cine? pentru ce? la cine? la ce? de cine? de ce? unde? de unde? până unde? încotro? când? de când? până când? care? ce fel de? cum?</i>	<i>cu, de, fără, în, la, lângă, pe, pentru, prin, spre, sub etc.  de la, de lângă, de pe lângă, de pe la, despre, dinspre, înspre etc.  (în afară de, de față cu, față de, în jur de, din pricină, o dată cu, la un loc cu, privitor la, alături de, împreună cu, în legătură cu, potrivit cu, conform cu, înainte de etc.)</i>	<b>L</b> -am revăzut <b>pe acela</b> . Ai desenat <b>un elev</b> . (complement direct) Cadoul era <b>pentru prima</b> . Mesele sunt <b>din lemn</b> . (nume predicativ) Nu m-am întâlnit <b>cu nimeni</b> . (complement indirect) Stau <b>lângă tine</b> . (complement circumstanțial de loc) Voi intra în clasă <b>după voi</b> . (complement circumstanțial de timp) El se comportă <b>ca un om</b> matur. (complement circumstanțial de mod)
<b>dativ</b>	<i>cui?</i>	<i>asemenea, conform, contrar, datorită, grație, mulțumită, potrivit etc.</i>	El este <b>asemenea fratelui</b> său. (nume predicativ) I-a dat <b>elevului</b> un premiu. (complement indirect)
<b>genitiv</b>	<i>al, a, ai, ale cui?</i>	<i>asupra, contra, deasupra, dedesubtul, împotriva, împrejurul, înaintea, înapoia, împrejurul etc.  (din cauza, din pricina, în fața, în spatele, în urma, în susul, în josul, pe dinăuntru, în vederea, în cursul, în baza, pe baza, în pofida, în privința, în fruntea, în fundul, de-a lungul etc.)</i>	Caietul este <b>al lui</b> . (nume predicativ) Caietul <b>elevului</b> este ordonat. (atribut substantival genitival)
<b>vocativ</b>	Cuvântul în vocativ: - exprimă o chemare; - se desparte de restul comunicării prin virgulă sau semnul exclamării; - are o intonație specifică.		<b>Elevule</b> , fii harnic!

### \*subiect

*cine? ce?*

- subiect exprimat: *Elevul* învață bine.
- subiect neexprimat: *Îl cunoști?* (*tu*)

\***propoziția subordonată subiectivă** (termen regent: adverb predicativ, locuțiune adverbială predicativă, verb impersonal, expresie verbală impersonală etc.):

*Sigur* <sup>1/</sup> **că a învățat**. <sup>2/</sup>

1= propoziție principală  
2 = **propoziție subordonată subiectivă**

Poate/ *că va ploua./*  
Bineînțeles/ *că vom ajunge și la carnaval./*  
Cu siguranță/ *că nu a câștigat./*  
Nu se știe/ *că va pleca./*  
Trebuie/ *să aflăm adevărul./*  
Este bine/ *să ajutăm./*

**Testul 6 – Subiectul al II-lea, A., 6.:** Construiește o frază alcătuită din două propoziții în care să existe o propoziție subordonată subiectivă, care să aibă ca termen regent verbul personal *a păstra*.

**4 puncte**

Exemplu de răspuns:

Cine este grijuliu<sup>1/</sup> păstrează toate caietele.<sup>2/</sup>

2= propoziție principală

1 = propoziție subordonată subiectivă

**Testul 5– Subiectul al II-lea, B.:** Redactează o descriere literară, de 150 - 300 de cuvinte, în care să prezinți un peisaj care te-a impresionat. **12 puncte**

În compunerea ta trebuie:

- să prezinți două caracteristici ale peisajului descris;
- să utilizezi două figuri de stil diferite;
- să ai un conținut adecvat cerinței formulate;
- să respecti precizarea privind numărul de cuvinte.

**Exemplu de compunere**

Toamna, bunicii mei obișnuiesc să meargă la cules de măceșe. De obicei, mă duc și eu cu ei, chiar dacă mă mai înțepă și mă zgârâie ramurile de măceș.

Bunicii mi-au spus că ei culeg măceșele într-un loc anume, nu departe de o pădurice. Acolo, măceșele sunt parcă mai mari și mai frumoase decât cele culese altundeva. Însă, ceea ce le place cel mai mult este peisajul pe care îl admiră când merg la cules de măceșe. Ca să ajungă la locul preferat, trebuie să meargă doi kilometri pe jos, pe lângă o poiană de vis și pe lângă un pârâu cu apă limpede, departe de orașul în care locuiesc. La capătul drumului se vede locul cu măceșe și, dincolo de acesta, păduricea colorată unde aerul este curat și proaspăt. Îmi încântă ochii verdele ierbiilor, albastrul cerului și galben-maroniul păduricii. Jur împrejur este numai liniște, pace și armonie. Este locul pe care și l-au ales măceșele. Între timp, acest loc binefăcător a devenit și peisajul meu preferat. Cât de frumoasă poate să fie natura!

Mi-am dat seama că bunicii mei se întorc mereu în acel loc nu numai pentru măceșe, ci și pentru aerul sănătos, pentru peisajul minunat și pentru a se simți bine. Cred că merită să-i însoțesc mai des, astfel voi putea să admir și eu peisajul impresionant și să fiu mai mult alături de ei.

*Exersează cu ajutorul Testelor de antrenament ale Ministerului Educației și Cercetării!*

**T1.** I.A.4; II.A.4; **T2.** I.A.3; **T3.** II.A.4, 6; **T4.** II.A.3, 4; **T5.** I.A.4; II.A.4; **T6.** II.A.1, 6; II.A.3, 6; **T7.** I.A.3; **T8.** II.A.4; **T9.** I.A.3, 4, 6; II.A.4; **T10.** I.A.4; II.A.6; **T11.** I.A.4; II.A.4, 6; **T12.** I.A.4; II.A.3; **T13.** II.A.6; **T15.** I.A.4; II.A.4.

<b>Autoevaluare</b>	<b>Bifează ce știi!</b> diftong; antonime; cuvânt compus, compunere; cazurile; aliterația; semnul întrebării; modul conjunctiv; subiectul; propoziția subordonată subiectivă; <u>mărcile lexico-gramaticale ale eului liric</u> <b>Notează aici ce trebuie să rezezi!</b>
---------------------	--



## JURNAL DE PREGĂTIRE (III)

COMPUNERI	ELEMENTE DE FONETICĂ ȘI VOCABULAR, MORFOSINTAXĂ, NOȚIUNI DE TEORIE LITERARĂ				
<p><b>*doina populară</b> Testul 1: Subiectul I., B.</p>	<p>triftong <i>veneai, beau, ursoaică</i></p>	<p>omonime <i>Noi avem caiete noi. În vacanța mare mergem la mare.</i></p>	<p>* conversiune</p>	<p>*(1)atribut</p>	<p>personificare  <i>soarele zâmbește</i></p>
<p><b>*compunere narativă</b> Testul 3: Subiectul al II-lea, B.</p>	<p>semnul exclamării</p>	<p>*familia lexicală</p>	<p>*(2) atribut</p>	<p>*propoziție subordonată atributivă</p>	<p>rimă <i>-împerecheată (aabb)</i> <i>-îmbrățișată (abab)</i> <i>-încrucișată (abba)</i> <i>-monorimă (aaa)</i></p>

### \*doina populară

Testul 1 -Subiectul I., B: **Redactează o compunere de minimum 150 de cuvinte, în care să motivezi apartenența la specia literară doină populară a textului dat. 16 puncte**

În compunerea ta, trebuie:

- să precizezi două trăsături ale doinei populare;
- să prezinți detaliat două trăsături ale doinei populare, valorificând textul dat;
- să ai un conținut adecvat tipului de text și cerinței formulate;
- să respecti precizarea privind numărul minim de cuvinte.

În redactarea compunerii, poți folosi sugestiile legate de *specia literară, temă, sentimente, moduri de expunere, mărci lexico-gramaticale ale eului liric, imagini artistice și figuri de stil, elemente de versificație etc.*, care apar în „DREPTUNGHIU MAGIC”:

<p><i>Doina este specia genului liric în versuri în care sunt exprimate sentimente puternice de dor, de jale, de tristețe, de înstrăinare, de regret față de anumite aspecte ale vieții, cu ajutorul mijloacelor artistice. După sentimentele transmise, doina poate să fie de jale, de dor, de cătănie, de înstrăinare, de jale etc.</i></p> <p><i>Doina populară este un text care aparține liricii populare și are caracter oral, anonim, colectiv și sincretic (doinele se cântă). De obicei, doina se deschide cu o structură specifică, care se poate relua pe parcursul textului („Foaie verde...”) sau care poate să fie și titlul textului.</i></p> <p><i>Tema poeziei este trecerea timpului. Sentimentele transmise sunt de tristețe față de trecerea timpului, de aceea textul citat este o doină de jale. Modul de expunere predominant este monologul liric.</i></p>	<p><i>În doine, apare ilustrată legătura dintre om și natură. În textul suport, legătura dintre om și natură este ilustrată prin dialogul eului liric cu plopul. Fiind o operă populară, într-o doină apar figuri de stil: enumerație, repetiție („Fără ploaie, fără vânt”; „Vântul bate”), epitete („iarna cea grea”, „bate nădușit”, „mă lasă amărât”, comparații, personificări („Vântu-mi... aduce dor și jale”, „Și mă lasă amărât”). Expresivitatea doinei este dată și de folosirea de regionalisme: „jele”, „legini”, „nădușit”.</i></p> <p><i>Doina începe cu adresarea directă „Ce te legini, plopule” care sugerează strânsa legătura a eului liric cu natura. Imaginea plopului este realizată prin verbul „te legini” și prin repetiția “Fără ploaie, fără vânt”. În a doua parte a poeziei, apare reliefată ideea trecerii timpului („trece vremea”) și sosirea iernii. Iarna ar putea însemna bătrânețea sau o perioadă mai grea a vieții. Repetiția „Vântul bate/ Vântu-mi bate...” ajută la crearea ideii de schimbare a naturii datorată acestui fenomen, la accentuarea sentimentului de tristețe.</i></p>
<p><i>Mărcile lexico-gramaticale ale eului liric identificate în poezie sunt: pronumele personale la persoana I și a II-a „te”, „m”, „mi”, „mă”; verbele la persoana I și a II-a „legini”, „-oi legăna”, „mă clatin”, substantivul în cazul vocativ „plopule”. În operele populare apare dativul etic, care sugerează implicarea afectivă a eului liric: „frunza-mi”, „Vântu-mi”.</i></p>	<p><i>În doină, elementele de versificație sunt considerate trăsături caracteristice. Poezia este structurată într-o singură strofă. Rima este rimă împerecheată, ritmul este trohaic, măsura versurilor este scurtă, de șapte-opt silabe.</i></p>

\* **conversiune** (mijloc intern de îmbogățire a vocabularului prin care se formează cuvinte noi prin trecerea

de la o parte de vorbire la alta)

Exemple:

Acei copii sunt mici. (pron. ----► adj. pron.)

Frumosul îmi place. (adj. ----► subst.)

Am recitat frumos. (adj. ----► adv.)

Oamenii iubiți sunt fericiți. (vb. la part. ----► adj.)

El are un scris urât. (vb. la part. ----► subst.)

Nu vorbi neîntrebat! (vb. la part. ----► adv.)

Seara ies în oraș. (subst. ----► adv.)

Am auzit *oful* tău. (interj. ----► subst.)

S-a gândit și la *aproapele* său. (adv. ----► subst.)

Colegul a copiat cu mâini *tremurânde*. (vb. la gerunziu ----► adj.)

Ei s-au mutat *deasupra* prietenilor. (adv. ----► prep.)

### \*(1)atribut

care? ce fel de?

- **atribut adjectival:** Elevul *harnic* învață bine.
- **atribut adverbial:** Lecția *de azi* a fost ușoară.
- **atribut verbal:** Dorința *de a învăța* a fost puternică.

**Testul 9** – Subiectul al II-lea, A., 4.: Precizează funcția sintactică a cuvintelor subliniate, menționând partea de vorbire prin care se exprimă: *Pe terase, erau plantați arbori din mai multe specii.*

**4 puncte**

Exemple de răspuns:

*arbori* – funcția sintactică: subiect; partea de vorbire: substantiv comun

*multe* – funcția sintactică: atribut adjectival; partea de vorbire: adjectival pronominal nehotărât

### \*familia lexicală (grup de cuvinte formate de la aceeași cuvânt de bază)

Exemple:

*piatră* – pietru, pietruit, pietruire, împietru, împietruit, împietruire, pietriș, pietricică, pietroi, pietrar etc.

*frunză* – înfrunzi, înfrunzit, înfrunzire, frunziș etc.

*pădure* – împăduri, împădurit, împădurire, pădurar etc.

*nor* – înnora, înnorat, înnorare, norișor etc.

*a învăța* – învățat, neînvățat, învățare, reînvăța, reînvățat, reînvățare, învățător, învățătoare etc.

*înalt* – înălța, înălțat, neînălțat, înălțare, neînălțare, înălțime etc.

**Testul 6** – Subiectul I, A., 3.: Scrie patru cuvinte din familia lexicală a cuvântului *singur*.

**4 puncte**

**Barem de evaluare și de notare:** câte 1 punct pentru scrierea oricăror patru cuvinte din familia lexicală a cuvântului *singur* (de exemplu: *singurătate, singuratic, singurel, însingurat, însingurare* etc.)

**4 x 1 p. = 4 puncte**

### \*(2)atribut

care? ce fel de? al, a, ai, ale cui\*?

• atribut substantival	• atribut pronominal
<b>a. prepozițional:</b> Are un caiet <i>de exerciții</i> . Le-a plăcut rezolvarea <i>conform regulilor</i> . Lupta <i>împotriva fumatului</i> continuă. <b>b. genitival*:</b> Caietul <i>elevului</i> este ordonat. <b>c. apozitional:</b> Orașul <i>București</i> este capitala României.	<b>a. prepozițional:</b> Darurile <i>de la el</i> au fost cele mai frumoase. <b>b. genitival*:</b> Caietul <i>lui</i> este ordonat.

### \*propoziție subordonată atributivă

Am cumpărat o carte<sup>1/</sup> *care îmi place*<sup>2/</sup>.

1 = propoziție principală

2 = propoziție subordonată atributivă

Tema<sup>1</sup>/ pe care a rezolvat-o/ a fost ușoară.<sup>2</sup>/

1 = propoziție principală

2 = propoziție subordonată atributivă

Problema/ despre care se vorbește/ este de actualitate./

Am călătorit cu un avion / în care erau mulți pasageri./

Anotimpul/ când renaște întreaga natură/ este cel mai frumos./

Mă bucură gândul/ că vei participa la examen./

Humulești este locul/ unde s-a născut Ion Creangă./

**Testul 2 – Subiectul al II-lea, A., 6:** Construiește o frază alcătuită din două propoziții în care să existe o propoziție subordonată atributivă, introdusă prin adverbul relativ *unde*.

Exemplu de răspuns:

Humulești este locul<sup>1</sup>/ unde s-a născut Ion Creangă.<sup>2</sup>/

1= propoziție principală

2 = propoziție subordonată atributivă

**Testul 3 – Subiectul al II-lea, B.:**

**Redactează o narațiune de 150 – 300 de cuvinte, în care să prezinți o întâmplare petrecută într-un parc.  
12 puncte**

În compunerea ta, trebuie:

- să relatezi o întâmplare, respectând succesiunea logică a evenimentelor;
- să precizezi două elemente ale contextului spațio-temporal;
- să ai un conținut adecvat cerinței;
- să respecți precizarea referitoare la numărul de cuvinte.

**Exemplu de compunere**

Într-o zi frumoasă de toamnă, am ieșit cu prietena mea la o plimbare. Eram obosite și ne-a căzut bine o plimbare în parc. Parcul arăta nespuse de frumos, frunzele copacilor erau colorate, bătea un vânt lin și razele soarelui ne mângâiau obrazul. Ne-am așezat pe o bancă și am discutat despre cele întâmplate la școală.

La un moment dat, vântul a început să bată tare și rece, și a început să plouă tot mai tare, cu picături tot mai mari și tot mai grele. Ne-am scos umbrelele din rucsac, dar abia am reușit să le deschidem. Vântul puternic mi-a întors umbrela, iar eu simțeam că mă ud tot mai tare. Prietena mea a început să alerge după umbrela ei, căci vântul i-a smuls-o din mână. Am alergat și eu cu umbrela mea întoarsă și tot mai udă după umbrela prietenei, dar degeaba! Vântul i-a ridicat umbrela, iar aceasta s-a agățat de creanga unui copac. Udă și ea, a renunțat să mai sară să-și salveze umbrela.

Ne-am adăpostit într-o cofetărie din apropiere unde ne-am uscat puțin. După ce ploaia s-a oprit, am pornit spre casă: eu cu umbrela distrusă, iar prietena mea fără umbrelă. O astfel de plimbare nu ne-am dorit.

*Exersează cu ajutorul Testelor de antrenament ale Ministerului Educației și Cercetării!*

**T1.** I.A.3, 6; I.A.4; **T2.** II.A.6; **T3.** I.A.3, 5, 6; II.A.4; **T5.** I.A.3; II.A.4; **T6.** I.A.3; **T7.** I.A.3; II.A.4; **T8.** I.A.3; II.A.4; **T9.** I.A.2, 6; II.A.4; **T10.** I.A.3; **T11.** I.A.3, 5; II.A.4; **T12.** II.A.4; **T13.** I.A.3; **T14.** I.A.3, 5; **T15.** I.A.3, 5; II.A.4, 6.

<b>Autoevaluare</b>	<b>Bifează ce știi!</b> triftongul; omonime; conversiunea; atributul; personificarea; semnul exclamării; familia lexicală; propoziția subordonată atributivă; rima
	<b>Notează aici ce trebuie să rezezi!</b>



## JURNAL DE PREGĂTIRE (IV)

COMPUNERI	ELEMENTE DE FONETICĂ ȘI VOCABULAR, MORFOSINTAXĂ, NOȚIUNI DE TEORIE LITERARĂ				
* <b>rezumatul textului</b> Testul 4: Subiectul I., B.	hiat <i>viitor (vi-i-tor), po-e-zi-e, a-le-e, a-er</i>	verb: modul condițional-optativ <i>aș face (prezent)</i> <i>ar fi vrut (perfect)</i>	*pronume personal	*pronume personal de politețe	comparație <i>cântă ca o privighetoare</i>
* <b>compunere narativă</b> Testul 6: Subiectul al II-lea, B.	cratima	*cuvânt polisemantic	*complement	*propoziție subordonată completivă directă	repere spațio-temporale

### \*rezumatul textului

Când scrii un rezumat respectă următoarele sugestii:

- Urmărește acțiunea fragmentului!
- Elimină detaliile!
- Folosește verbe la modul indicativ timpul prezent sau timpul perfect compus !
- Folosește persoana a III-a a verbului !
- Nu folosi regionalisme, expresii, interjecții !
- Nu folosi dialogul, folosește vorbirea indirectă !

Pași pentru realizarea unui rezumat reușit:

1. Citește textul cu atenție și delimitează-l în fragmente logice.
2. Stabilește, pe rând, în fiecare fragment care sunt personajele, care este acțiunea fragmentului.
3. Elimină detaliile care apar în fragment.
4. Stabilește: *CINE? CE FACE? UNDE? CÂND?* în fragment.

Rezumatul primului fragment al textului suport *Bună dimineața, băieți!* de Grigore Băjenaru:

*La prima repetiție, Paul Matache, personajul principal al piesei de teatru, a întârziat puțin. Profesorul îl cunoștea ca fiind serios și încercă să-i găsească scuze. Paul Matache a continuat să întârzie tot mai mult la repetiții. Glumind, profesorul i-a atras atenția asupra întârzierii, dar băiatul a încercat să se scuze spunând că este ocupat. Profesorul i-a spus că toți cei din trupă sunt ocupați.*

\***pronume personal** (desemnează diferite persoane)

N. eu, tu, el/ea, noi, voi, ei/ele				
Ac.	numărul	sg.		
	persoana	I.	a II-a	a III-a
				m.      f.
	<i>forme accentuate</i>	<b>(pe) mine</b>	<b>(pe) tine</b>	<b>(pe) el</b> <b>(pe) ea</b>
	<i>forme neaccentuate</i>	<b>mă</b> <b>m-</b> <i>(engem)</i>	<b>te (-)</b> <i>(téged)</i>	<b>îl</b> <b>l-</b> <i>(őt)</i> <b>o (-)</b> <i>(őt)</i>
	numărul	pl.		
<i>forme accentuate</i>	<b>(pe) noi</b>	<b>(pe) voi</b>	<b>(pe) ei</b> <b>(pe) ele</b>	
<i>forme neaccentuate</i>	<b>ne (-)</b> <i>(minket)</i>	<b>vă</b> <b>v-</b> <i>(titekét)</i>	<b>îi</b> <b>i-</b> <i>(őket)</i> <b>le (-)</b> <i>(őket)</i>	

D.	numărul	sg.		
	persoana	I.	a II-a	a III-a
				m. f.
	forme accentuate	<b>mie</b>	<b>ție</b>	<b>lui ei</b>
	forme neaccentuate	<b>îmi mi (-)</b> (nekem)	<b>îți ți (-)</b> (neked)	<b>îi i (-)</b> (neki)
	numărul	pl.		
	forme accentuate	<b>nouă</b>	<b>vouă</b>	<b>lor</b>
forme neaccentuate	<b>ne(-) ni</b> (nekünk)	<b>vă vi v-</b> (nektek)	<b>le(-) li</b> (nekik)	
G.	pers. a III-a			
	nr. sg.		nr. pl.	
	m. (al, a, ai, ale) <b>lui</b>	f. (al, a, ai, ale) <b>ei</b>	(al, a, ai, ale) <b>lor</b>	
V.	pers. a II-a			
	nr. sg.		nr. pl.	
	<b>tu!</b>		<b>voi!</b>	

- alte forme ale pronumelui personal:
- N./Ac.: dânsul (*echivalent cu el*), dânsa (*ea*), dânșii (*ei*), dânsele (*ele*);
- D./G.: dânsului, dânsei, dânșilor, dânselor.

\***pronume personal de politețe** (exprimă respectul față de o persoană)

- persoana a II-a: *dumneata, dumneavoastră*
- persoana a III-a: *dumnealui, dumneaei, dumnealor*

\***cuvânt polisemantic** (are mai multe sensuri)

Exemple:

- *a (se) ridica*

Elevul s-a ridicat din bancă.

Prețul acestui produs s-a ridicat puțin.

De supărare, a ridicat vocea.

A ridicat privirea spre cer.

La marginea orașului vor ridica o clădire de zece etaje. etc.

- *a face*

Prietenul meu face medicina.

Cât face un kilogram de pere?

Părinții mei fac o casă.

Bunica a făcut un fular.

Elevul face exercițiul. etc.

\***complement**

întrebări	COMPLEMENTE CIRCUMSTANȚIALE	exemple
<i>pe cine? ce?</i>	<b>complement direct</b>	Nu- <u>l</u> cunosc <u>pe tatăl</u> tău. A cumpărat <u>douăzeci și cinci</u> de cărți. Are <u>de scris</u> o compunere.
<i>despre cine? despre ce? cu cine? cu ce? la cine? la ce? de la cine? de la ce? pentru cine? pentru ce? la cine? la ce? cui?*etc.</i>	<b>complement indirect</b>	Au vorbit <u>despre noi</u> . Am călătorit <u>cu trenul</u> . S-a gândit <u>la mama</u> sa. A primit o bicicletă <u>de la părinți</u> . <u>Î</u> -a dat <u>copilului</u> * o ciocolată. <u>Acelora</u> * <u>le</u> -a oferit florile.

<i>întrebări</i>	<b>C O M P L E M E N T E NECIRCUMSTANȚIALE</b>	<b>exemple</b>
<i>unde? de unde? până unde? încotro?</i>	<b>complement circumstanțial de loc</b>	El se duce <u>la școală</u> . Avionul zbură <u>deasupra muntilor</u> . <u>Acolo</u> este casa noastră.
<i>când? de când? până când?</i>	<b>complement circumstanțial de timp</b>	Concursul se va desfășura <u>mâine</u> . Au sosit <u>înaintea ei</u> . <u>Intrând</u> l-a observat.
<i>cum? în ce mod?</i>	<b>complement circumstanțial de mod</b>	Hai <u>mai repede!</u> A reacționat <u>fără frică</u> .

**Testul 2** – Subiectul al II-lea, A., 4: Precizează funcția sintactică a cuvintelor subliniate, menționând partea de vorbire prin care se exprimă: *Atunci când am ascultat discul cu Apolodor am avut mari emoții.* **4 puncte**

Exemple de răspuns:

*când* – funcția sintactică: complement circumstanțial de timp; partea de vorbire: adverb relativ

*discul* – funcția sintactică: complement direct; partea de vorbire: substantiv comun

**Testul 6** – Subiectul al II-lea, A., 4: Precizează funcția sintactică a cuvintelor subliniate, menționând partea de vorbire prin care se exprimă: *le-a înapoiat oamenilor timpul furat.* **4 puncte**

Exemple de răspuns:

*le* – funcția sintactică: complement indirect; partea de vorbire: pronume personal

*timpul* – funcția sintactică: complement direct; partea de vorbire: substantiv comun

**\*propoziție subordonată completivă directă**

Știe<sup>1/</sup> să cânte.<sup>2/</sup>

1 = propoziție principală

2 = **propoziție subordonată completivă directă**

Vrea/ să plece./

Încearcă/ să deseneze./

Dorim/ să reușiți./

Putem/ să învățăm./

Așteaptă/ să fie ales în echipă./

Continuați/ să scrieți./

Ai spus/ să încerc./

Propune/ să participăm la concurs./

**Testul 6 – Subiectul al II-lea, B.:**

**Redactează o narațiune de 150 – 300 de cuvinte, în care să prezinți o întâmplare petrecută la teatru sau la cinema.** **12 puncte**

În compunerea ta, trebuie:

- să relatezi o întâmplare, respectând succesiunea logică a evenimentelor;
- să precizezi două elemente ale contextului spațio-temporal;
- să ai un conținut adecvat cerinței;
- să respecți precizarea referitoare la numărul de cuvinte.

**Exemplu de compunere**

Săptămâna trecută am fost la cinematograful. Nu am fost singură, ci cu încă două prietene. Mama unei prietene a cumpărat trei bilete de pe internet, așa că ne-am bucurat să putem vedea actorii noștri preferați. M-am îmbrăcat frumos, m-am încălțat cu pantofii noi pe care i-am primit de ziua mea. Am plecat din timp la cinema ca să ne întâim la ora stabilită.

Doar că eu am avut un mic accident. Înainte să ajung la cinema am călcat într-o baltă și mi s-a dezlipit talpa pantofului. Nu am observat imediat ce mi s-a întâmplat, decât atunci când am ajuns la intrare. Însă, talpa s-a dezlipit complet în momentul în care m-am așezat pe scaun. Le-am arătat prietenelor mele pantoful dezlipit, le-a părut rău că mi s-a întâmplat tocmai aici, la cinema. I-am

scris mamei mele repede un SMS despre dezilipirea tălpii. Filmul a fost interesant, dar eu nu m-am simțit prea confortabil, din cauza micii mele probleme cu pantoful. Mi-am propus ca după film să mă descalț și să merg desculță acasă.

Când am ieșit din clădire, am văzut-o pe mama mea cu o altă pereche de pantofi în mână. M-am bucurat nespus de mult că nu a trebuit să merg desculță acasă. Mi-am dat seama că telefonul mi-a fost de mare folos, dar ceea ce este și mai important este că am o mamă minunată care se gândește la toate și care are mereu grijă de mine.

*Exersează cu ajutorul Testelor de antrenament ale Ministerului Educației și Cercetării!*

**T2.** I.A.2, 3, 6; II.A.3, 4; **T3.** I.A.2; **T4.** I.A.4, 6; II.A.4; **T5.** I.A.6, 3; II.A.6; **T6.** I.A.2, 4, 6; II.A.4; **T7.** I.A.4, 6; II.A.4; **T8.** I.A.4, 6; II.A.6; **T9.** II.A.6; **T10.** I.A.6; II.A.4; **T11.** I.A.2; **T12.** I.A.6; II.A.4, 6; **T13.** I.A.4, 6; II.A.4; **T14.** I.A.2; II.A.4

<b>Autoevaluare</b>	<i>Bifează ce știi!</i> hiat; modul condițional-optativ; pronumele personal; pronumele personal de politețe; comparația; cratima; cuvânt polisemantic; complementul; propoziția subordonată completivă directă; repere spațio-temporale
	<i>Notează aici ce trebuie să rezezi!</i>

## JURNAL DE PREGĂTIRE (V)

COMPUNERI	ELEMENTE DE FONETICĂ ȘI VOCABULAR, MORFOSINTAXĂ, NOȚIUNI DE TEORIE LITERARĂ				
* <b>genul epic</b> Testul 5: Subiectul I., B.	*despărțirea cuvintelor în silabe	*sensul cuvintelor în context	*pronume reflexiv	*expansiune	moduri de expunere: -narațiune -descriere -dialog -monolog
* <b>compunere narativă</b> Testul 4: Subiectul al II-lea, B.	linia de dialog	verb: modul infinitiv/ conjugare -conj. I : (a) cânta -conj.a II -a: (a) avea -conj.a III-a: (a) face, (a) merge -conj. a IV-a: (a) iubi, (a) urî	adjectiv propriu-zis: (prieten) <i>adevărat</i>  adjectiv provenit din verb la participiu: (lecție) <i>citită</i>	*contragere	idei principale/ idei secundare

### \* **genul epic**

Testul 5 – Subiectul I., B. – Text suport: Radu Pavel Gheo, *Noapte bună, copii!*

**Redactează o compunere de minimum 150 de cuvinte, în care să motivezi apartenența la la genul epic a textului dat.**  
**16 puncte**

În compunerea ta, trebuie:

- să precizezi două trăsături ale genului epic;

(*Cele două trăsături poți să le precizezi la începutul compunerii, în partea de definire a genului.*)

- să prezinți detaliat două trăsături ale genului epic, valorificând fragmentul dat;

(*Citește cu atenție textul suport și hotărăște care trăsături poți să le illustrezi mai bine.*)

- să ai un conținut adecvat cerinței;

- să respecti precizarea privind numărul minim de cuvinte.

(*După ce ai terminat compunerea, numără cuvintele. Atenție! Să nu ai mai puțin de 150 de cuvinte, ca să poți primi punctajul pentru redactare.*)

În redactarea compunerii, poți folosi sugestiile legate de *genul literar, narator, acțiune, personaje, moduri de expunere* etc. din „DREPTUNGHIIUL MAGIC”:

<p>◇ genul epic <i>Genul epic cuprinde operele literare în care autorul, în rolul naratorului, transmite indirect idei, gânduri, sentimente cu ajutorul acțiunii și personajelor.</i></p> <p>◇ narator Vocea care povestește într-o operă epică este naratorul. <i>În textul „Noapte bună, copii!” de Radu Pavel Gheo, naratorul povestește întâmplarea folosind persoana a III-a. Prezența naratorului este indicată de verbele naratorului: „avea”, „venea”, „să lase”, „se scutură”, „explică”, „scutură”.</i></p>	<p>◇ personaje La acțiune participă personaje. <i>Personajele textului „Noapte bună, copii!” sunt Lisaveta, Bobi, părintele Saveliuc, Petre (cei doi vizitatori).</i> <i>Bobi este personajul principal al fragmentului, iar Lisaveta și cei doi vizitatori sunt personaje secundare. Bobi este fiul Elisavetei. El este un băiat mic, dar cu talent la desen. Trăsăturile acestui personaj sunt prezentate prin caracterizare directă făcută de narator („era evident că băiatul are har”), prin caracterizare indirectă prin cuvinte și fapte. Bobi este nemulțumit că trebuie să arate desenele, dar este ascultător. Aduce și arată desenele celor doi musafiri, doar pentru că îl roagă mama lui.</i></p>
---	--

<p>◇ acțiune</p> <p>Subiectul unei opere epice este structurat pe momentele subiectului: expozițiunea, intriga, desfășurarea acțiunii, punctul culminant, deznodământul.</p> <p><i>În textul „Noapte bună, copii!”, este povestită o întâmplare. Lisaveta îl roagă pe Bobi, copilul ei, să le arate desenele musafirilor, pentru că ea gătește și nu are încredere să- i lase pe doi vizitatori singuri, chiar dacă îi cunoaște. La început, Bobi nu dorește să le arate desenele, dar aduce blocul de desen. Musafirii nu vor să-l oblige pe Bobi să le arate ce a desenat, dar după ce acesta aduce desenele, le studiază cu atenție. Ei observă că desenul care zugrăvește chipul mamei demonstrează talent. În textul suport găsim intriga textului și un fragment din desfășurarea acțiunii.</i></p> <p>Acțiunea se petrece în timp și spațiu.</p> <p><i>În text se găsesc indici de timp („după vreo două minute”) și indici de spațiu („la ea în casă”, „în sufragerie”, „pe lângă ei”, „pe masă”, „deoparte”).</i></p>	<p>◇ moduri de expunere</p> <p>Într-o operă epică, modurile de expunere sunt narațiunea, dialogul, descrierea, monologul.</p> <p><i>În textul citat, sunt folosite următoarele moduri de expunere: dialogul, pentru a da dinamism acțiunii, pentru a caracteriza personajele și pentru a sugera relațiile dintre personaje; narațiunea; descrierea pentru prezentarea desenelor lui Bobi și pentru a sugera talentul lui.</i></p>
--	---

**\*despărțirea cuvintelor în silabe**

- do-uă, no-uă, ro-uă, vo-uă, zi-uă;
- le-oai-că, lă-cră-mioa-ră, i-ni-mioa-ră, a-ri-pioa-ră;
- po-et, du-el, zo-o-lo-gi-e, a-er;
- stea-ua, nea-ua, oa-ie, ploa-ie;
- car-te, ban-că, cur-te, mun-te;

**Atenție!** b, c, d, f, g, h, p, t, v **NU SE DESPART** de l și r: ta-blă, a-cru, co-dru, a-flă, o-glin-dă, pe-hli-van, su-plu, a-tlet, co-vrig;

- con-tract, mon-stru, cin-ste, din-tre;

**Atenție!** lp-t, mp-t, nc-ș, nc-t, nc-ț, nd-v, rc-t, rt-f, st-m: sculp-tor, somp-tu-os, sfinc-șii, punc-tu-a-li-ta-te, func-ți-e, sand-viș, arc-tic, jert-fă, ast-ma-tic;

- x se comportă ca o singură consoană: e-xer-ci-ții, ex-pli-că etc.

**Testul 3 – Subiectul I, A. 4.: Desparte în silabe cuvintele subliniate din versurile: Cu soarele nori sfâșind și Văd fluturi albaștri, ușori.** **4 puncte**  
 Exemple de răspuns: sfâ-și-ind; al-baș-tri

**\*sensul cuvintelor în context** (sensul unui cuvânt se stabilește în context):

cuvânt	sens propriu	sens secundar	sens figurat
<u>oglin</u> dă	Mă uit în oglindă.	Frunzele plutesc pe oglinda lacului.	Această carte este oglinda vieții.
<u>inim</u> ă	Suferă de o boală de inimă.	Locuiesc în inima orașului.	Mamă, ești inima mea!
<u>arg</u> int	Am un inel de argint.	Părinții lui vor sărbători nunta de argint.	Bunica mea are păr de argint.
<u>gur</u> ă	Nu vorbi cu gura plină!	Se uita la gura podului.	„Pe-un picior de plai,/ Pe-o gură de rai...”
<u>fulger</u>	Fulgerul a despiciat cerul.	Aștept o telegramă-fulger.	Fulgerul din ochii lui i-a atins sufletul.

**\*pronume reflexiv**

- ❖ forme pentru cazul acuzativ: (pe, pentru, la, de etc.) **sine** (formă accentuată); **mă/-m-**, **te**, **se/-s-**, **ne**, **vă/-v-**, **se/-s**
- ❖ forme pentru cazul dativ: **sie**, **sieși** (forme accentuate); **îmi/-mi-**, **îți/-ți-**, **își/-și-**, **ne**, **vă/-v-**, **își/-și**,

Atenție!

Mă asteaptă prietenii.

mă – pronume personal

Mă gândesc la prietenii.

mă – pronume reflexiv

**Testul 2 – Subiectul I, A., 3.: Menționează felul și cazul pronumelor subliniate în textul dat (nu am să î revăd, își face cunoscută povestea).** **4 puncte**

Exemple de răspuns:

îl – pronume personal, cazul acuzativ

își – pronume reflexiv, cazul dativ



### \*expansiune

Colega mea nu voia să pară timidă. (*nume predicativ*)  
că este timidă – propoziție subordonată predicativă

Deșteptul știe mult. (*subiect*)

cine este deștept – propoziție subordonată subiectivă

Și-a sărbătorit ziua de naștere. (*atribut*)

când s-a născut – propoziție subordonată atributivă

Spune-le adevărul! (*complement direct*)

care este adevărul – propoziție subordonată completivă directă

### \*contragere

Satul a rămas cum a fost. (*cum a fost = propoziție subordonată predicativă*)

Satul a rămas același. (*același = nume predicativ*)

E bine să învățăm lucruri noi. (*să învățăm lucruri noi = propoziție subordonată subiectivă*)

E bine a învăța lucruri noi. (*a învăța = subiect*)

Drumul ce duce spre cabană se ascundea printre copaci. (*ce duce spre cabană = propoziție subordonată atributivă*)

Drumul spre cabană se ascundea printre copaci. (*spre cabană = atribut*)

Am citit ceea ce am dorit. (*ceea ce am dorit = propoziție subordonată completivă directă*)

Am citit un roman. (*un roman = complement direct*)

### **Testul 4 – Subiectul al II-lea, B.:**

**Redactează o narațiune de 150 – 300 de cuvinte, în care să prezinți o întâmplare petrecută în timpul unei călătorii.**

**12 puncte**

În compunerea ta, trebuie:

- să relatezi o întâmplare, respectând succesiunea logică a faptelor;
- să precizezi două elemente ale contextului spațio-temporal;
- să ai un conținut adecvat cerinței;
- să respecti precizarea privind numărul de cuvinte.

### Exemplu de compunere

Toamna trecută am fost cu clasa în excursie, la Cluj-Napoca. Doamna dirigintă a rezervat un autocar numai pentru clasa noastră. Am stat confortabil, ne-am simțit bine.

Prietenul meu și-a adus chitara în excursie, căci îi place să cânte la chitară, cunoaște foarte multe melodii și creează o atmosferă plăcută în timpul călătoriei. Toți elevii clasei au cântat, iar prietenul meu s-a bucurat că are așa de mulți colegi cântăreți în clasă. Fiecăruia dintre noi i-a cântat melodia preferată, ceilalți fredonau melodiile cunoscute. Totul a decurs foarte bine, toți am fost veseli și binedispuși.

Ajunși la Cluj-Napoca, toți elevii clasei au coborât din autocar. Având mai multe bagaje în mână, în timp ce cobora, prietenul meu a scăpat chitara. S-a auzit sunetul chitarei căzute pe trotuar, s-au văzut corzile rupte ale acesteia. S-a terminat cu voioșia! Prietenul meu s-a uitat la chitara lui cu o mare tristețe în suflet. Și noi, ceilalți, ne-am întristat, deoarece în autocar ne-am dat seama ce mult poate să însemne o chitară. Poate că ar fi fost necesar un toc de chitară, dar acum nu mai era nimic de făcut. Păcat că acea neatenție la coborâre ne-a afectat veselia!

La întoarcerea din excursie, părinții prietenului meu l-au întâmpinat cu o veste bună: i-au cumpărat chitarei corzi noi.

*Exersează cu ajutorul Testelor de antrenament ale Ministerului Educației și Cercetării!*

**T1.** II.A.1, 2, 3; **T2.** I.A.5, 6, 3; II.A.1, 2, 3; **T3.** I.A.4; II.A.1, 2; **T4.** II.A.1, 2; **T5.** I.A.5; II.A.1, 2; **T7.** I.A.5; **T10.** I.A.5; II.A.3,4; **T12.** I.A.5; **T13.** I.A.5; **T14.** I.A.4, 6.

<b>Autoevaluare</b>	<b>Bifează ce știi!</b> despărțirea cuvintelor în silabe; sensul cuvintelor în context; pronume reflexiv; expansiune; moduri de expunere; linia de dialog; modul infinitiv/ conjugarea; adjectiv; contragere; idei principale/ idei secundare
	<b>Notează aici ce trebuie să rezezi!</b>

# MATEMATICĂ

## (varianta în limba română)

Dragi elevi,

**Matematica nu este un univers de necucerit, doar trebuie să găsești cheile necesare deslușirii tainelor acestuia. Lecțiile de sprijin** elaborate de echipa noastră **Vă ajută** prin exemple, rezolvări, explicații și exerciții **să înțelegeți tipurile de subiecte atât la Algebră, cât și la Geometrie**, având la bază testele de antrenament elaborate de Ministerul Educației și Cercetării.

**Vă dorim perseverență în pregătire și mult succes!**

**Autorii**



# ALGEBRĂ

## NUMERE NATURALE

### 1. Operații cu numere naturale

1. Dacă într-un exercițiu sunt numai operații de același ordin, operațiile se efectuează în ordinea în care sunt scrise.
2. Dacă într-un exercițiu sunt operații de ordine diferite, se efectuează mai întâi operațiile de ordin superior: ridicarea la putere, înmulțirea și împărțirea, iar apoi adunarea și scăderea.
3. Dacă într-un exercițiu intervin paranteze, se efectuează mai întâi operațiile din parantezele rotunde, apoi cele din parantezele pătrate și, în final, cele din acolade.

#### Exemple

- a)  $325 : 25 \cdot 5 = 13 \cdot 5 = 65$ .
- b)  $5 \cdot 10 - 50 : 25 = 50 - 2 = 48$ .
- c)  $3^3 + 4^2 \cdot 5 = 27 + 16 \cdot 5 = 27 + 80 = 107$ .
- d)  $4 \cdot 5^2 - 2 \cdot 3^2 - 5 \cdot 2^3 = 4 \cdot 25 - 2 \cdot 9 - 5 \cdot 8 = 100 - 18 - 40 = 42$ .
- e)  $20 - 20 : [20 - 20 : (20 - 2 \cdot 3^2)] = 20 - 20 : [20 - 20 : (20 - 18)] = 20 - 20 : (20 - 20 : 2) = 20 - 20 : 10 = 20 - 2 = 18$ .
- f)  $(2^2 \cdot 3^2 + 3^2 \cdot 7 + 1)^3 - 10^6 = (4 \cdot 9 + 9 \cdot 7 + 1)^3 - 1000000 = (36 + 63 + 1)^3 - 1000000 = 100^3 - 100^3 = 0$ .

#### Exerciții

1. Să se efectueze operațiile:
  - a)  $200 : 25 + 45 \cdot 2 - 27 : 3$
  - b)  $975 : 25 : 3 + 4 \cdot 3 \cdot 5 + 3^3$
  - c)  $(325 : 13 \cdot 4 - 15 \cdot 39 : 45) : 29$
  - d)  $180 : 9 + 140 : 7 + 100 : 5 + 60 : 3 + 20 : 1$
  - e)  $(1 + 2 + 2^2 + 2^3) : 15 - 40 : (1 + 3 + 3^2 + 3^3)$
  - f)  $4^2 - 72 : 8 + 5^2 \cdot 4 - 10^2$
  - g)  $[5 \cdot (3^3 - 7) - 2 \cdot 5^2] : 5^2 - 5^0$
  - h)  $(56 - 32 : 2^3) : (58 - 3^2 \cdot 5)$

R: 89; 100; 3; 100; 0; 7; 1; 4.
2. Suma a două numere este egală cu 100. Câțul lor este egal cu 3, iar restul 16. Să se afle cele două numere!  
R: 79 și 21.
3. Diferența a două numere este egală cu 185. Să se afle cele două numere dacă câțul lor este egal cu 7, iar restul este egal cu 5.  
R: 215 și 30.
4. Câțul împărțirii unui număr de trei cifre la un număr de o cifră este egal cu 17, iar restul împărțirii este egal cu 8. Să se afle numărul de trei cifre!  
R:  $9 \cdot 17 + 8 = 161$ .
5. Să se afle cel mai mare număr natural de trei cifre, care împărțit la cel mai mare număr de două cifre dă cel mai mare rest!  
R: 989.
6. Să se scrie numerele naturale, care descompuse în baza 10 sunt:
  - a)  $7 \cdot 10^4 + 4 \cdot 10^3 + 3 \cdot 10^2 + 5 \cdot 10 + 4$
  - b)  $9 \cdot 10^3 + 5 \cdot 10 + 8$
  - c)  $9 \cdot 10^6 + 6 \cdot 10^3 + 1$

R: 74 354; 9 058; 9 006 001.
6. Care număr este mai mare dintre  $5^2 + 12^2$  și  $13^2$ ?  
R: sunt egale.
7. Să se scrie numărul 35 ca produs de numere naturale, care au suma 35.  
R:  $35 = 5 \cdot 7 \cdot 1 \cdot 1 \cdot \dots \cdot 1$  (23 bucăți de 1)

### 2. Metode de rezolvare a unor probleme

#### a) Metoda reducerii la unitate

1. 7 mingi costă 119 lei. Să se afle prețul a 5 bucăți de mingi de același fel!

Rezolvare

7 mingi ..... 119 lei  
5 mingi ..... ?  
 1 minge .....  $119 : 7 = 17$  lei;  
 5 mingi .....  $17 \cdot 5 = 85$  lei.

**Probleme**

1. Un elev a parcurs o distanță de 28 km în 7 ore. Aflați distanța parcursă de elev în 4 ore! R: 16 km.
2. Un autoturism consumă 5 litri de benzină pe o distanță de 100 km. Pentru ce distanță sunt suficiente 37 litri de benzină? R: 740 km.

b) Metoda comparației

1. 3 kg de portocale și 5 kg de mere costă în total 27 lei. 4 kg de portocale și 2 kg de mere costă în total 22 lei. Cât costă 1 kg de portocale, respectiv 1 kg de mere?

Rezolvare

3 kg de portocale + 5 kg de mere ..... 27 lei | · 4  
4 kg de portocale + 2 kg de mere ..... 22 lei | · 3  
 12 kg de portocale + 20 kg de mere .....  $27 \cdot 4 = 108$  lei  
12 kg de portocale + 6 kg de mere .....  $22 \cdot 3 = 66$  lei  
 14 kg de mere .....  $108 - 66 = 42$  lei  
 1 kg de mere  $42 : 14 = 3$  lei, 1 kg de portocale  $(27 - 5 \cdot 3) : 3 = 4$  lei.

**Probleme**

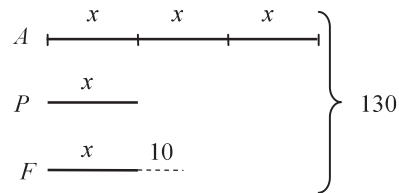
1. 3 kg de mere și 5 kg de pere costă în total 21 lei. 6 kg de mere și 2 kg de pere costă în total 18 lei. Cât costă separat 1 kg de mere și 1 kg de pere? R: 1 kg de mere 2 lei și 1 kg de pere 3 lei.
2. 3 pixuri și 10 creioane costă împreună 62 lei. Cât costă separat un pix și un creion, știind că din prețul unui pix se pot cumpăra 7 creioane? R: 1 creion costă 2 lei, 1 pix costă 14 lei.

c) Metoda figurativă

1. Andrei are de trei ori mai mulți bani decât Petre, iar Petre are cu 10 lei mai puțin decât Francisc. Cei trei au împreună 130 lei. Câți bani au fiecare dintre ei?

Rezolvare: Fie  $x$  lungimea segmentului care reprezintă banii lui Petre. Astfel lungimea segmentului care reprezintă banii lui Andrei este  $3x$ , iar segmentul care reprezintă banii lui Francisc este  $x + 10$ . Avem egalitatea:

$3x + x + x + 10 = 130 \Leftrightarrow 5x + 10 = 130 \quad | -10$   
 $5x = 120 \quad | :5 \Leftrightarrow x = 120 : 5 = 24$ . Răspuns: Petre are 24 lei, Francisc are  $24 + 10 = 34$  lei, iar Andrei are  $24 \cdot 3 = 72$  lei.



**Probleme**

1. Mihai are de 4 ori mai mulți bani, decât Francisc și împreună au 80 de euro. Câți bani au fiecare dintre ei? R: Mihai are 64 euro, Francisc are 16 euro.
2. Suma a două numere naturale este egală cu 400, iar diferența lor este egală cu 180. Aflați cele două numere! R: 110 și 290.
3. Diferența a două numere naturale este egală cu 360 și unul dintre ei este de 7 ori mai mare decât celălalt. Aflați cele două numere! R: 420 și 60.
4. Suma a trei numere naturale consecutive este 693. Aflați cele trei numere! R: 230, 231, 232.
5. Suma câtorva numere naturale consecutive este egală cu 30. Aflați numerele! Enumerați toate răspunsurile posibile! R: I: 9, 10, 11; II: 6, 7, 8, 9; III: 4, 5, 6, 7, 8.

#### d) Metoda falsei ipoteze

Într-un bloc sunt în total 20 de apartamente, printre care sunt apartamente cu două și respectiv cu trei camere. Știind că în bloc sunt 46 de camere, aflați numărul apartamentelor cu două și respectiv cu trei camere!

*Rezolvare:* Presupunând că toate apartamentele sunt cu două camere, ar fi în total  $20 \cdot 2 = 40$  camere, deci ar fi cu 6 camere mai puțin decât sunt în realitate. Dacă schimbăm un apartament cu două camere într-unul cu trei camere, atunci crește numărul camerelor cu 1. Deci în locul a 6 apartamente cu două camere trebuie să avem 6 apartamente cu trei camere. Astfel în bloc sunt  $20 - 6 = 14$  apartamente cu două camere și respectiv 6 apartamente cu trei camere.

#### Probleme

1. Într-o curte sunt găini și iepuri. Aceștia au împreună 25 de capete și 68 de picioare. Câte găini și câți iepuri sunt în curte? R: 9 iepuri și 16 găini.
2. La un spectacol s-au vândut 400 de bilete de intrare. Adulții au plătit 15 lei, iar copiii 8 lei pentru un bilet. Valoarea totală a билетelor vândute a fost de 5160 lei. Câte bilete de adult și câte bilete de copil s-au vândut?

*Rezolvare:* Dacă toate cele 400 de bilete vândute ar fi pentru copii, atunci valoarea totală a билетelor vândute ar fi de  $400 \cdot 8 = 3200$  lei, care este cu 1960 lei mai puțin decât valoarea încasată. Un bilet de adult este cu 7 lei mai scump, decât un bilet de copil. Deci  $1960 : 7 = 280$  este numărul билетelor de adult și 120 este numărul билетelor de copil.

#### e) Metoda mersului invers

Elena a primit niște bani de la părinți. În prima zi a cheltuit jumătate din banii primiți și încă 10 lei, iar în a doua zi a cheltuit jumătate din ce a mai rămas și încă 10 lei. Astfel i-au mai rămas 4 lei. Câți bani a primit Elena de la părinți?

*Rezolvare:* Alegem metoda mersului invers:  $4 + 10 = 14$  este jumătatea sumei rămase după prima zi.  $14 \cdot 2 = 28$  este suma rămasă după prima zi.  $28 + 10 = 38$  este jumătatea sumei inițiale, iar  $38 \cdot 2 = 76$  lei este suma primită de Elena de la părinții săi.

Problema poate fi rezolvată și cu ajutorul șirului de operații:  $[(4 + 10) \cdot 2 + 10] \cdot 2 = (28 + 10) \cdot 2 = 76$ .

#### Probleme

1. Adunând 9 la triplul unui număr, împărțind rezultatul cu 3 și scăzând 10 din cât, obținem 10. Aflați numărul inițial! R: 17.
2. La începutul unui meci de polo pe apă erau doar câțiva spectatori. La al doilea sfert al meciului erau deja de trei ori atâția spectatori, câți au fost la început. În al treilea sfert al meciului au mai sosit 200 de persoane, dar echipa gazdă fiind în pierdere, ultimul sfert al meciului a fost vizionat doar de 600 de spectatori, adică jumătate câți au vizionat al treilea sfert. Câți spectatori au fost la începutul meciului? R: 250.
3. Ana, Clara, Liviu și Filip sunt frați. Clara este de trei ori mai în vârstă decât Ana, Liviu este cu 6 ani mai în vârstă decât Clara, iar Filip are 18 ani și este de două ori mai mare decât Liviu. Determinați vârsta fiecăruia dintre ei!  
R: 1, 3, 9.

### FRACȚII ORDINARE

#### 1. Operații cu fracții

##### a) Adunarea

○  $\frac{2}{5} + \frac{3}{20} + \frac{1}{8} = ?$  Pașii de aducere la numitor comun sunt: 1) ...  $[5, 20, 8] = 80$ .

2) ...  $80 : 5 = 16$ ,  $80 : 20 = 4$  és  $80 : 8 = 10$ . 3)  $\overset{16)}{\frac{2}{5}} + \overset{4)}{\frac{3}{20}} + \overset{10)}{\frac{1}{8}} = \frac{32}{80} + \frac{12}{80} + \frac{10}{80} = \frac{54}{80} = \frac{27}{40}$ .

b) Scăderea

$$\circ \quad 3\frac{4}{7} - 1\frac{5}{6} = \frac{6}{6} \cdot \frac{25}{7} - \frac{7}{6} \cdot \frac{11}{6} = \frac{150}{42} - \frac{77}{42} = \frac{73}{42} = 1\frac{31}{42};$$

c) Înmulțirea

$$1) 12 \cdot \frac{25}{36} = \frac{1}{1} \cdot \frac{25}{\cancel{36}_3} = \frac{25}{3} = 8\frac{1}{3}; \quad 2) \frac{1}{7} \cdot \frac{25}{\cancel{49}_7} \cdot \frac{35}{\cancel{75}_3} = \frac{1}{7} \cdot \frac{5}{3} = \frac{5}{21}; \quad 3) 2\frac{1}{4} \cdot 3\frac{5}{9} = \frac{1}{1} \cdot \frac{32}{\cancel{4}_1} \cdot \frac{32}{\cancel{9}_3} = 8.$$

d) Împărțirea

$$1) \frac{7}{12} : \frac{5}{8} = \frac{7}{\cancel{12}_3} \cdot \frac{8}{5} = \frac{14}{15}; \quad 2) 4\frac{1}{2} : 4 = \frac{9}{2} \cdot \frac{1}{4} = \frac{9}{8}; \quad 3) 9 : 2\frac{2}{3} = 9 : \frac{8}{3} = 9 \cdot \frac{3}{8} = \frac{27}{8} = 3\frac{3}{8}.$$

e) Ridicarea la putere

$$1) \left(\frac{3}{7}\right)^0 = 1; \quad 2) \left(\frac{3}{5}\right)^4 = \frac{81}{625}; \quad 3) \left(2\frac{3}{4}\right)^2 = \left(\frac{11}{4}\right)^2 = \frac{121}{16}; \quad 4) \left(\frac{2}{9}\right)^4 \cdot \left(\frac{2}{9}\right)^5 = \left(\frac{2}{9}\right)^{4+5} = \left(\frac{2}{9}\right)^9;$$

$$5) \left(\frac{5}{8}\right)^{10} : \left(\frac{5}{8}\right)^5 = \left(\frac{5}{8}\right)^{10-5} = \left(\frac{5}{8}\right)^5; \quad 6) \left[\left(\frac{3}{7}\right)^2\right]^3 = \left(\frac{3}{7}\right)^{2 \cdot 3} = \left(\frac{3}{7}\right)^6; \quad 7) \left(\frac{2}{5} \cdot \frac{3}{7}\right)^3 = \left(\frac{2}{5}\right)^3 \cdot \left(\frac{3}{7}\right)^3.$$

**Exerciții**

Efectuați operațiile:

a)  $\frac{1}{8} \cdot \left(4 + 2 : \frac{1}{2}\right);$

b)  $\frac{2}{5} \cdot \frac{15}{4} + \frac{7}{16} : \frac{14}{64};$

c)  $\left(5 - \frac{1}{8}\right) : 3\frac{1}{4} - \frac{1}{2};$

d)  $\left(\frac{1}{3}\right)^2 \cdot \left(9 + 3 : \frac{1}{3}\right);$

e)  $\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} : 2\right) \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{6};$

f)  $\left(\frac{2}{5}\right)^2 : \left(\frac{3}{5}\right)^2 - \frac{3}{8} \cdot \frac{24}{27}.$

R: a) 1; b)  $3\frac{1}{2}$ ; c) 1; d) 2; e) 0; f)  $\frac{1}{9}.$

2. Partea fracționară a unui număr. Procente

1) Într-un magazin erau 120 de biciclete. S-a vândut a  $\frac{5}{8}$  - a parte din numărul total al bicicletelor. Câte

biciclete s-au vândut? *Rezolvare:* Înmulțim 120 cu  $\frac{5}{8}$ . Obținem  $\cancel{120}^{15} \cdot \frac{5}{\cancel{8}_1} = 15 \cdot 5 = 75$

2) Un turist a parcurs 6 km, adică a  $\frac{3}{5}$  - a parte din tot drumul. Aflați lungimea drumului!

*Rezolvare:* Fie  $x$  lungimea drumului. Atunci  $x \cdot \frac{3}{5} = 6 \Rightarrow x = 6 : \frac{3}{5} = \cancel{6}^2 \cdot \frac{5}{\cancel{3}_1} = 10 \Rightarrow$  lungimea

drumului este de 10 km.

3) Un muncitor a cheltuit 75 % din salariul său de 1600 lei. Câți bani i-au rămas?

*Rezolvare:* Suma cheltuită este  $16\cancel{00} \cdot \frac{75}{100} = 16 \cdot 75 = 1200$  lei. Suma rămasă este de 400 lei.

4) Petre a parcurs 60 % dintr-un drum, adică 30 km-t. Aflați lungimea drumului!

*Rezolvare:* Fie  $x$  lungimea drumului. Atunci  $x \cdot \frac{60}{100} = 30 \Rightarrow$  Lungimea drumului este

$$x = 30 : \frac{60}{100} = \cancel{30}^1 \cdot \frac{100}{\cancel{60}_2} = 50 \text{ km.}$$

**Probleme**

1. Într-o clasă sunt 32 de elevi. A  $\frac{3}{8}$  - a parte din numărul total de elevi sunt băieți. Câte fete sunt în această clasă?

R: 20.

2. Un turist a parcurs 18 km, adică a  $\frac{2}{5}$ -a parte din tot drumul. Aflați lungimea drumului! R: 45 km.
3. Petre a cheltuit 25% din banii săi și încă 250 lei. Astfel i-au mai rămas jumătate din banii săi. Câți bani a avut Petre? R: 1000 lei.
4. La un spectacol au participat 600 de spectatori, din care 40% au fost copii și 60% adulți. Adulții au plătit 12 lei pentru un bilet de intrare, iar copii au avut o reducere de 50% din acest preț.
  - a) Câți copii și câți adulți au vizionat spectacolul? R: 240 copii și 340 adulți.
  - b) Ce sumă s-a încasat prin vânzarea билетelor? R: 5760 lei.

## Fracții zecimale

### 1. Transformarea unei fracții zecimale în fracție ordinară

Pentru transformarea unei **fracții zecimale** cu un număr finit de zecimale nenule în fracție ordinară vom scrie la numărător întreg numărul, fără virgula zecimală, iar la numitor după cifra 1 vom scrie atâtea cifre de 0, câte cifre au fost după virgula zecimală. La final simplificăm rezultatul.

Exemplu:  $8,25 = \frac{825^{(25)}}{100} = \frac{33}{4} = 8\frac{1}{4}$ .

Pentru a transforma o **fracție periodică simplă** într-o fracție ordinară vom scrie partea întreagă, după care la numărător scriem toate cifrele din perioadă, iar la numitor punem atâtea cifre de 9, câte cifre are perioada.

Exemplu:  $7,(36) = 7\frac{36^{(9)}}{99} = 7\frac{4}{11}$ .

Pentru a transforma o **fracție periodică mixtă** într-o fracție ordinară vom scrie partea întreagă, după care la numărător scriem numărul format din toate cifrele aflate după virgulă din care scădem numărul format din cifrele aflate între virgulă și perioadă, iar la numitor vom scrie atâtea cifre de 9, câte cifre sunt în perioadă și atâtea cifre de 0, câte cifre sunt între virgulă și perioadă.

Exemplu:  $4,3(45) = 4\frac{345-3}{990} = 4\frac{342^{(9)}}{990} = 4\frac{38^{(2)}}{110} = 4\frac{19}{55}$ .

**Observație.** Pentru împărțirea unei fracții zecimale cu o fracție zecimală, înainte de efectuarea operației, mutăm virgula zecimală la dreapta atât în numărul de împărțit, cât și în împărțitor, astfel încât împărțitorul să devină număr natural.

Exemplu:  $74,12 : 2,5 = 741,2 : 25 = 29,648$ . Înainte de a efectua operația, înmulțim atât deîmpărțitul, cât și împărțitorul cu 10, după care efectuăm împărțirea.

$0,375 : 1,25 = 37,5 : 125 = 0,3$ . Înainte de a efectua operația, înmulțim atât deîmpărțitul, cât și împărțitorul cu 100, după care efectuăm împărțirea

### Exerciții

1. Transformați următoarele fracții în fracții ordinare: 0,3; 4,35; 7,25; 0,425; 0,(3); 0,(24); 2,(36); 0,(987); 1,4(3); 0,1(24); 1,1(12); 0,01(25).

2. Să se calculeze:

a)  $9 - (3,24 - 1,15) \cdot 0,4$ ;

b)  $5 \cdot (7,2 - 0,6 \cdot 0,5) + 2,75$ ;

c)  $3,9 + (4,5 : 0,9 + 5 : 0,5) \cdot 0,2$ ;

d)  $99 - (0,9^2 \cdot 3 + 0,8^2 : 0,1^2)$ ;

e)  $4 \cdot 23,5 - 3,5 : 0,7 + 1,1 : 0,1$ ;

e)  $\left(7,5 + \frac{9}{4} + 3,25\right) : 1,3$ ;

f)  $\left(\frac{15}{100} + 0,8 \cdot 0,7\right) : 7,1$ .

R: 8,164; 37,25; 6,9; 32,57; 100; 10; 0,1.

### 2. Media aritmetică și media aritmetică ponderată a două sau mai multor numere raționale pozitive

Pentru a calcula media aritmetică a mai multor numere raționale împărțim suma numerelor nu numărul termenilor sumei.

**Exemplu** Calculați media aritmetică a numerelor  $\frac{3}{4}$ ,  $\frac{5}{12}$  și 0,4.

$$m_a = \left( \frac{3}{4} + \frac{5}{12} + 0,4 \right) : 3 = \left( \frac{3}{4} + \frac{5}{12} + \frac{4}{10} \right) : 3 = \left( \frac{45}{60} + \frac{25}{60} + \frac{24}{60} \right) : 3 = \frac{94}{60} \cdot \frac{1}{3} = \frac{47}{90}.$$

Media ponderată a mai multor numere raționale este egală cu suma produselor dintre ponderi și numere împărțită la suma ponderilor.

**Exemplu** Cât este media trimestrială a lui Carolina dacă la 8 materii are media de 10, la 3 materii are media de 9, la 2 materii are media de 8 și la o materie are media de 7.

Rezolvare:  $m_s = \frac{10 \cdot 8 + 9 \cdot 3 + 8 \cdot 2 + 7 \cdot 1}{8 + 3 + 2 + 1} = \frac{80 + 27 + 16 + 7}{14} = \frac{130}{14} = 9,28.$

### Exerciții

- Să se calculeze media aritmetică a numerelor de mai jos:
 

a) 3,2 și 4,8;	R: 4.	c) 2,9; 7,6 și 9,3;	R: 6,6.
b) 6,25 și 4,15;	R: 5,2.	d) 2,7; 1,5; 6; 8 și 0,4.	R: 3,72.
- Media aritmetică a trei numere este egală cu 8,4. Al doilea număr este de 2 ori mai mare decât primul și cu 0,8 mai mare decât al treilea. Aflați cele trei numere! R: 5,2; 10,4 și 9,6.

## RAPOARTE ȘI PROPORȚII

### 1. Proporții; proprietatea fundamentală a proporțiilor; determinarea unui termen necunoscut dintr-o proporție

Egalitatea a două rapoarte se numește proporție. Exemple:  $\frac{6}{8} = \frac{9}{12}$ . Generalizare:  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ , unde  $a, b, c, d \in \mathbb{Q}_+^*$ . Proprietatea fundamentală a proporțiilor: Într-o proporție produsul extremilor este egal cu produsul mezilor, adică  $a \cdot d = b \cdot c$ . În cazul proporției  $\frac{6}{8} = \frac{9}{12}$  avem:  $6 \cdot 12 = 8 \cdot 9$ .

Dacă într-o proporție un singur termen este necunoscut, din proprietatea fundamentală a proporției acesta se poate determina.

#### Exemple

- Să se calculeze valoarea lui  $x$  din următoarea proporție  $\frac{x}{4} = \frac{25}{5}$  Rezolvare:  $x = \frac{4 \cdot 25}{5} = 20.$
- Să se calculeze valoarea lui  $x$  din următoarea proporție  $\frac{4}{5} = \frac{8}{3x+1}$  Rezolvare:  $3x+1 = \frac{5 \cdot 8}{4} \Rightarrow 3x+1=10 \Rightarrow x=3.$

### Exerciții

- Să se calculeze valoarea lui  $x$  din următoarele proporții:
 

a) $\frac{x}{25} = \frac{4}{10}$	b) $\frac{8}{x} = \frac{4}{3}$	c) $\frac{3}{20} = \frac{15}{x}$	d) $\frac{x}{0,4} = \frac{0,25}{0,75}$
----------------------------------	--------------------------------	----------------------------------	--

R: 10; 6; 100;  $\frac{2}{15}.$
- Să se determine numerele raționale pozitive  $a$  și  $b$ , dacă:
 

a) $a + b = 200$ și $\frac{a}{b} = \frac{3}{7}$ ;	R: 60; 140.	c) $a - b = 540$ și $\frac{a}{b} = \frac{11}{5}$ ;	R: 990; 450.
b) $a + b = 990$ și $\frac{a}{b} = \frac{2}{9}$ ;	R: 180; 810.	d) $a^2 + b^2 = 400$ și $\frac{a}{b} = \frac{3}{4}$ .	R: 12; 16.



## 2. Mărimi direct proporționale, mărimi invers proporționale, regula de trei simplă

### Mărimi direct proporționale

Două mărimi sunt direct proporționale, dacă prin creșterea (scăderea) unuia de un număr de ori și celălalt crește (scade) de același număr de ori.

- Un autoturism care circulă cu o viteză de 60 km/h, în 2 ore parcurge  $2 \cdot 60 = 120$  km, iar în 6 ore parcurge  $6 \cdot 60 = 360$  km.

Dacă viteza este constantă, atunci *timpul* și *drumul parcurs* sunt mărimi direct proporționale.

### Împărțirea unui număr în părți direct proporționale cu numere date

- Trei școli au primit în total 1620 bucăți de mere. În prima școală sunt 120 elevi, în a doua 180 de elevi, iar în a treia 240 de elevi. Câte bucăți de mere au primit separat cele trei școli?

Rezolvare Fie  $x, y$  și  $z$  numărul de mere primit de prima, a doua și respectiv a treia școală. Numărul de mere primit de școli și numărul elevilor sunt mărimi direct proporționale. Deci  $\frac{x}{120} = \frac{y}{180} = \frac{z}{240}$  și  $x + y + z = 1620$ . Numărul total de mere 1620 trebuie împărțit în părți direct proporționale cu numerele 120, 180 și 240.

$\frac{x}{120} = \frac{y}{180} = \frac{z}{240} = k \Rightarrow x = 120k, y = 180k$  és  $z = 240k \Rightarrow 120k + 180k + 240k = 1620 \Rightarrow 540k = 1620 \Rightarrow k = 3$ .  $x = 120 \cdot 3 = 360$ ,  $y = 180 \cdot 3 = 540$  și  $z = 240 \cdot 3 = 720$ . Prima școală a primit 360 de bucăți, a doua 540 de bucăți iar a treia școală a primit 720 bucăți de mere.

### Mărimi invers proporționale

Două mărimi sunt invers proporționale, dacă prin creșterea (scăderea) unuia de un număr de ori, celălalt scade (crește) de același număr de ori.

- Un autoturism circulând cu o viteză de 50 km/h parcurge o distanță în 4 ore. Același autoturism circulând cu o viteză de 100 km/h parcurge aceeași distanță în 2 ore.

*Timpul* necesar parcurgerii unei distanțe și *viteza* sunt mărimi invers proporționale. În exemplul dat viteza s-a dublat, iar timpul necesar parcurgerii distanței s-a înjumătățit.

Avem  $50 \cdot 4 = 100 \cdot 2 \Rightarrow \frac{50}{100} = \frac{2}{4}$  sau  $\frac{50}{4} = \frac{100}{2}$ .

### Împărțirea unui număr în părți invers proporționale cu numere date

- Un tată a cumpărat 110 bucăți de bomboane copiilor săi, care au vârsta de 3, 6 și respectiv 9 ani. El a împărțit bomboanele invers proporțional cu vârsta copiilor. Câte bucăți de bomboane au primit fiecare dintre copiii?

Rezolvare Fie  $x, y$  și  $z$  numărul de bomboane primit copilul în vârstă de 3, 6 și respectiv 9 ani.

Avem  $x + y + z = 110$  și  $\frac{x}{3} = \frac{y}{6} = \frac{z}{9} = k \Rightarrow x = \frac{1}{3}k, y = \frac{1}{6}k$  és  $z = \frac{1}{9}k \Rightarrow \frac{1}{3}k + \frac{1}{6}k + \frac{1}{9}k = 110 \Rightarrow$

$\frac{11}{18}k = 110 \Rightarrow k = \frac{110 \cdot 18}{11} = 180 \Rightarrow x = \frac{1}{3} \cdot 180 = 60, y = \frac{1}{6} \cdot 180 = 30, z = \frac{1}{9} \cdot 180 = 20$ . Copilul de 3 ani a primit 60 de bucăți de bomboane, cel de 6 ani a primit un număr de 30 de bomboane iar cel de 9 ani a primit 20 de bomboane.

### Regula de trei simplă

- 3 kg de mere costă 18 lei. Cât costă 7 kg de mere?

Rezolvare. Cantitatea de mere și prețul plătit sunt mărimi *direct proporționale*.

$$\begin{array}{l} 3 \text{ kg} \dots\dots\dots 18 \text{ lei} \\ 7 \text{ kg} \dots\dots\dots x \end{array}$$

$$\frac{3}{7} = \frac{18}{x} \Rightarrow x = \frac{7 \cdot 18}{3} = 42 \text{ lei.}$$

În cazul mărimilor direct proporționale termenul necunoscut se calculează împărțind produsului termenilor cunoscuți aflați pe diagonală la al treilea termen cunoscut.

- Un bazin poate fi umplut în 4 ore prin deschiderea a 4 robinete. În câte ore poate fi umplut același bazin prin deschiderea a 6 robinete?

Rezolvare. Numărul de robinete deschise și timpul de umplere al bazinului sunt mărimi invers proporționale.

$$\begin{array}{l} 4 \text{ robinete} \dots\dots\dots 12 \text{ ore} \\ 6 \text{ robinete} \dots\dots\dots x \end{array}$$

$$\frac{4}{6} = \frac{x}{12} \Rightarrow x = \frac{4 \cdot 12}{6} = 8 \text{ ore pentru umplerea bazinului.}$$

În cazul mărimilor invers proporționale termenul necunoscut se calculează împărțind produsului termenilor cunoscuți aflați pe linie la al treilea termen cunoscut.

### Probleme

- Să se determine numerele raționale pozitive  $a$  și  $b$  știind că sunt direct proporționale cu 3 și 5 și are loc egalitatea  $2a + 3b = 84$ .  
R:  $a = 12$  și  $b = 20$ .
- Să se determine numerele raționale pozitive  $a$ ,  $b$  și  $c$  știind că sunt direct proporționale cu numerele 3; 6 și 9 și are loc egalitatea:
  - $a + b + c = 270$ ; R:  $a = 45$ ,  $b = 90$  și  $c = 135$ .
  - $ab + bc + ca = 891$ ; R:  $a = 9$ ,  $b = 18$  și  $c = 27$ .
  - $abc = 1296$ . R:  $a = 6$ ,  $b = 12$  și  $c = 18$ .
- Să se determine numerele raționale pozitive  $a$  și  $b$  știind că sunt invers proporționale cu numerele 2 și 5 și are loc egalitatea  $2a + 5b = 200$ .  
R:  $a = 50$  și  $b = 20$ .
- Să se determine numerele raționale pozitive  $a$  și  $b$  știind că sunt invers proporționale cu numerele 3 și 8 și are loc egalitatea  $4a + 6b = 100$ .  
R:  $a = 16$  și  $b = 6$ .
- Să se împartă numărul 3600
  - în părți direct proporționale cu numerele 2, 3 și 5 R: 720; 1080; 1800.
  - în părți direct proporționale cu numerele 4, 5 și 9 R: 800; 1000; 1800.
  - în părți invers proporționale cu numerele 2, 3 și 6 R: 1800; 1200; 600.
  - în părți invers proporționale cu numerele 3, 4 și 6 R: 1600; 1200; 800.
- 12 bucăți de caiete costă 18 lei. Cât costă 27 de caiete de același fel? R: 40,5 lei.
- Un bazin poate fi umplut în 9 ore prin 6 robinete. În câte ore poate fi umplut bazinul dacă deschidem 4 robinete? R: 13,5 ore.
- 8 muncitori pot termina o lucrare în 20 de zile. După 5 zile mai sosesc 7 muncitori. În câte zile pot termina lucrarea? R:  $5 + 8 = 13$  zile

### NUMERE ÎNTREGI

#### 1. Operații cu numere întregi

Utilizăm cele învățate la capitolul *Operații cu numere naturale* și utilizăm regulile semnelor.

$$(-5) + (-3)^3 - 12 : (-4) + (-8) \cdot (+2) = -5 + (-27) + 3 + (-16) = -5 - 27 + 3 - 16 = -48 + 3 = -45.$$

$$1) (-375) : (-5)^3 \cdot (-9) - (-10)^7 : (-10)^5 - [(-2)^2]^3 = (-375) : (-125) \cdot (-9) - (-10)^2 - (-2)^6 = 3 \cdot (-9) - 100 - 64 = -27 - 164 = -191.$$

$$2) \{ [20 : (-4)]^{12} : 25^5 - 36 \} \cdot (-4)^2 - (-3^2) = (5^{12} : 5^{10} - 36) \cdot 16 + 9 = (25 - 36) \cdot 16 + 9 = -11 \cdot 16 + 9 = -176 + 9 = -167.$$



## Exerciții

Să se calculeze:

- $(-2) + (-2) - (-2) \cdot (-2) : (-2)$
- $(-4) \cdot (-9) + 72 : (-8) + (-3)^7 : (-3)^4$
- $2 \cdot (-4) - 3 \cdot (-4)^2 - 4 \cdot (-4)^3$
- $3 \cdot 10^2 - 2^4 \cdot 5 : (-3 \cdot 2^4 + 2^3)$
- $-37 \cdot [-10 - 10 : (-2)]^2;$
- $(-3)^4 - \{(-3)^3 - [(-3)^2 - (-3)]\};$
- $150 : (-30) - 20 \cdot (-2) - (-10)^5 : (-10)^4$

R: -2;0; 200; 302; -925; 120; 45.

### 2. Ecuații și inecuații în mulțimea numerelor întregi

Să se rezolve următoarele ecuații în mulțimea numerelor întregi!

$$\begin{array}{ll} -3 \cdot (2x - 6) = 2 \cdot (5 - x) & \text{Efectuăm înmulțirile} \\ -6x + 18 = 10 - 2x & \text{Separăm termenii} \\ -6x + 2x = 10 - 18 & \text{Adunăm termenii asemenea} \\ -4x = -8 & | : (-4) \quad \text{Împărțim ambele părți ale egalității} \\ x = 2 & 2 \in \mathbb{Z} \Rightarrow 2 \text{ este soluția ecuației} \\ M = \{2\}. & \text{Mulțimea soluțiilor ecuației} \end{array}$$

Să se rezolve următoarele inecuații în mulțimea numerelor întregi!

$$\begin{array}{ll} 4 \cdot (2x - 1) - 5 \geq 3 \cdot (4x - 2) + 9 & -4x \geq 12 \quad | : (-4) \\ 8x - 4 - 5 \geq 12x - 6 + 9 & x \leq -3 \quad \text{S-a schimbat sensul inegalității!} \\ 8x - 9 \geq 12x + 3 & M = \{\dots - 5, -4, -3\}. \end{array}$$

## Exerciții

Să se rezolve în mulțimea numerelor întregi!

- $3x + 8 = -28;$  R: -12.
- $5 \cdot (x - 2) - 3 = 14 - 2 \cdot (x + 3);$  R: 3.
- $-7x - 28 < 35;$  R:  $\{-9; -8; \dots\}.$
- $|x| < 2.$  R:  $\{-1; 0; 1\}.$

## MULȚIMEA NUMERELOR REALE

### 1. Rădăcina pătrată

Să se afle rădăcina pătrată dintr-un număr! Să urmărim algoritmul!

1.) Se formează grupe de câte 2 cifre începând de la ultima cifră. Se caută cel mai mare număr natural  $n$  care la pătrat este mai mic sau egal cu primul grup (5). Acest număr este 2, care se trece în dreapta, sus, la rezultat. Pătratul lui 2 este 4 ( $2^2 = 4$ ), îl trecem sub 5 și facem scăderea ( $5 - 4 = 1$ ). Se coboară lângă acesta grupa următoare (47) și se obține 147. Se dublează rezultatul ( $2 \cdot 2 = 4$ ) și se trece sub 2. Se acoperă ultima cifră din 147 și se caută de câte ori se cuprinde 4 (obținut la pasul anterior) în 14. Se obține 3, care se alătură lui 4, se obține 43 și se înmulțește cu 3 și se obține 129 ( $43 \cdot 3 = 129$ ), care se scade din 147. Se obține 18. Se trece 3 lângă 2 în rezultat și se coboară lângă 18 grupa următoare (56) și se obține 1856.

Se dublează rezultatul, ( $23 \cdot 2 = 46$ ) și se trece sub 43. Se acoperă ultima cifră din 1856 și se caută de câte ori se cuprinde 46 în 185. Se obține 4, care se alătură lui 46, se obține 464 și se înmulțește cu 4 și se obține 1856, care se scade din 1856. Se trece 4 lângă 23 în rezultat. Deci,  $\sqrt{54756} = 234$ , adică  $234^2 = 54756$ .

*Radicalul unei fracții se obține prin extragerea radicalului atât din numărător cât și din numitor.*

$$\sqrt{\frac{9}{25}} = \frac{\sqrt{9}}{\sqrt{25}} = \frac{3}{5}; \quad \sqrt{\frac{1}{10000}} = \frac{\sqrt{1}}{\sqrt{100^2}} = \frac{1}{100}; \quad \sqrt{\frac{50^2}{18}} = \sqrt{\frac{25}{9}} = \frac{5}{3}.$$

*Radicalul unui produs se obține prin extragerea radicalului din fiecare factor al produsului.*

$$\sqrt{36 \cdot 49} = \sqrt{36} \cdot \sqrt{49} = 6 \cdot 7 = 42;$$

$$\sqrt{72 \cdot 50} = \sqrt{36 \cdot 2 \cdot 50} = \sqrt{36 \cdot 100} = \sqrt{36} \cdot \sqrt{100} = 6 \cdot 10 = 60.$$

Radicalul unei puteri se calculează după cum urmează:  $\sqrt{7^{28}} = \sqrt{(7^{14})^2} = 7^{14}$ ;  $\sqrt{5^{13}} = \sqrt{5^{12} \cdot 5} = 5^6 \cdot \sqrt{5}$ .

### Exerciții

1. Să se calculeze:

a)  $\sqrt{2500}$ ,  $\sqrt{11881}$ ,  $\sqrt{3364}$ ,  $\sqrt{6,25}$ ,  $\sqrt{9,61}$ ,  $\sqrt{20,25}$ ; R: 50; 109; 58; 2,5; 3,1; 4,5.

b)  $\sqrt{\frac{4}{9}}$ ,  $\sqrt{\frac{16}{25}}$ ,  $\sqrt{\frac{50}{98}}$ ,  $\sqrt{\frac{27}{48}}$ ,  $\sqrt{25 \cdot 400}$ ,  $\sqrt{81 \cdot 64}$ ,  $\sqrt{196 \cdot 100}$ ; R:  $\frac{2}{9}$ ,  $\frac{4}{5}$ ,  $\frac{5}{7}$ ,  $\frac{3}{4}$ , 100; 72; 140.

#### 2. Reguli de calcul cu radicali

##### *Scoaterea factorilor de sub radical*

1)  $\sqrt{18} = \sqrt{9 \cdot 2} = 3\sqrt{2}$ ; 2)  $\sqrt{700} = \sqrt{100 \cdot 7} = 10\sqrt{7}$ ; 3)  $\sqrt{(-7)^2 \cdot 2} = |-7| \cdot \sqrt{2} = 7\sqrt{2}$ .

##### *Introducerea factorilor sub radical*

1)  $2\sqrt{7} = \sqrt{2^2 \cdot 7} = \sqrt{28}$ ; 2)  $-7\sqrt{5} = -\sqrt{7^2 \cdot 5} = -\sqrt{49 \cdot 5} = -\sqrt{245}$ .

##### *Raționalizarea numitorului*

1)  $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{3}} = \frac{6\sqrt{3}}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}} = \frac{6\sqrt{3}}{3} = 2\sqrt{3}$ . 2)  $\frac{10\sqrt{2}}{\sqrt{50}} = \frac{10\sqrt{2}}{5\sqrt{2}} = \frac{10}{5} = 2$ .

##### *Operații cu numere reale*

- 1)  $-3\sqrt{2} + 4 - 7\sqrt{2} + 12 + 2\sqrt{2} + 3\sqrt{3} - 15 = -8\sqrt{2} + 3\sqrt{3} + 1$ .
- 2)  $(-4\sqrt{2}) \cdot (-3\sqrt{8}) = +12\sqrt{16} = 12 \cdot 4 = 48$ .
- 3)  $(-27\sqrt{24}) : (+9\sqrt{2}) = -3\sqrt{12} = -3 \cdot 2\sqrt{3} = -6\sqrt{3}$ .
- 4)  $(-36\sqrt{6} + 27\sqrt{15} - 9\sqrt{24}) : (-3\sqrt{3}) = 12\sqrt{2} - 9\sqrt{5} + 6\sqrt{2} = 18\sqrt{2} - 9\sqrt{5}$ .
- 5)  $\left(-\frac{2}{3}\sqrt{5}\right)^2 = \left(-\frac{2}{3}\right)^2 \cdot (\sqrt{5})^2 = \frac{4}{9} \cdot 5 = \frac{20}{9} = 2\frac{2}{9}$ .
- 6)  $(\sqrt{3})^5 \cdot (\sqrt{3})^7 = (\sqrt{3})^{5+7} = (\sqrt{3})^{12} = (\sqrt{9})^6 = 3^6$ .
- 7)  $(\sqrt{2})^8 : (\sqrt{2})^5 = (\sqrt{2})^{8-5} = (\sqrt{2})^3$ .
- 8)  $\left[(\sqrt{5})^3\right]^2 = (\sqrt{5})^{3 \cdot 2} = (\sqrt{5})^6 = 5^3 = 125$ .

### Exerciții

Să se calculeze:

1)  $-7\sqrt{5} - (10\sqrt{2} - 7\sqrt{5}) + 10\sqrt{2}$

2)  $2\sqrt{3} - 3\sqrt{8} : (-3\sqrt{2}) - \sqrt{12}$

3)  $\sqrt{32} - \sqrt{50} + \sqrt{18}$

4)  $(-2\sqrt{2}) \cdot 8\sqrt{2} - 16\sqrt{3} : (-4\sqrt{3})$

5)  $\sqrt{2} \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{6}$

6)  $\sqrt{20} + \sqrt{20} : \sqrt{20} - \sqrt{20} \cdot \sqrt{20}$

7)  $-2\sqrt{3} \cdot (-3\sqrt{12})$

8)  $\sqrt{27} \cdot \sqrt{3} - \sqrt{18} : 3 + (3\sqrt{2})^3 : (-\sqrt{2})$

9)  $-12\sqrt{2} : (+3\sqrt{2})$

10)  $16\sqrt{2} : (-2\sqrt{2})^2 - (3\sqrt{2})^4 : (3\sqrt{2})^2 + 18$

11)  $\sqrt{48} : (-2\sqrt{3})$

12)  $2\sqrt{5} \cdot (\sqrt{5} - 2\sqrt{20}) - 3\sqrt{2} \cdot (2\sqrt{18} - 3\sqrt{50})$

R: 0;  $2\sqrt{2}$ ; 6; 36; -4; -2; 2; -28;  $2\sqrt{5} - 19$ ;  $-45 - \sqrt{2}$ ;  $2\sqrt{2}$ ; 24.

### 3. Media aritmetică și media geometrică

Media aritmetică. Dacă  $a_1, a_2, \dots, a_n \in \mathbb{R}$ , atunci  $m_a = \frac{a_1 + a_2 + \dots + a_n}{n}$ .

Media geometrică a două numere pozitive este egală cu rădăcina pătrată din produsul numerelor.

Dacă  $a, b \in \mathbb{R}_+$ , atunci  $m_g = \sqrt{a \cdot b}$ . Dacă  $a, b \in \mathbb{R}_+$  și  $a \leq b$ , atunci  $a \leq m_g \leq m_a \leq b$ .

#### Exemple

1) Dacă  $a = 18$  și  $b = 2$ , atunci  $m_a = \frac{18+2}{2} = 10$  și  $m_g = \sqrt{18 \cdot 2} = \sqrt{36} = 6$ .

2) Dacă  $a = 3\sqrt{2}$  și  $b = 9\sqrt{2}$ , atunci  $m_a = \frac{3\sqrt{2} + 9\sqrt{2}}{2} = \frac{12\sqrt{2}}{2} = 6\sqrt{2}$  și  $m_g = \sqrt{3\sqrt{2} \cdot 9\sqrt{2}} = 3\sqrt{6}$ .

#### Exerciții

Calculați media aritmetică și media geometrică a următoarelor perechi de numere:

a) 5 și 20

c) 2 și 8

e)  $4\sqrt{2}$  și  $2\sqrt{2}$ ;

g)  $\sqrt{2} + 1$  și  $\sqrt{2} - 1$ .

b) 6 și 24

d)  $2\sqrt{3}$  și  $8\sqrt{3}$

f)  $\sqrt{72}$  și  $\sqrt{32}$ ;

R: a) 12,5; 10 b) 15; 12 c) 5; 4 d)  $5\sqrt{3}$ ;  $4\sqrt{3}$  e)  $3\sqrt{2}$ ;  $4\sqrt{2}$  f)  $5\sqrt{2}$ ;  $4\sqrt{3}$  g)  $\sqrt{2}$ ; 1

## CALCUL ALGEBRIC

### 1. Operații cu numere reale reprezentate prin litere

#### Adunare și scădere

1)  $(-9a + 25b - ab) + (-3ab - 5a - 25b) = -9a + 25b - ab - 3ab - 5a - 25b = -14a - 4ab$ .

2)  $(-8a^2b + 7ab^2) - (-3ab^2 - 7a^2b + 2) = -8a^2b + 7ab^2 + 3ab^2 + 7a^2b - 2 = -a^2b + 10ab^2 - 2$ .

#### Înmulțire

1)  $-3x^2y \cdot (-6x^3y^4) = 18x^5y^5$ . (înmulțirea de puteri cu aceeași bază)

2)  $(-7x + 13y) \cdot (-2xy) = (-7x)(-2xy) + 13y \cdot (-2xy) = 14x^2y - 26xy^2$ .

3)  $(3x - 5y)(2y - 6x) = 6xy - 18x^2 - 10y^2 + 30xy = 36xy - 18x^2 - 10y^2$ .

#### Împărțire

1)  $-8x^5 : (+4x^2) = [(-8) : (+4)] \cdot (x^5 : x^2) = -2x^3$ .

2)  $(6x^5 - 9x^4) : (-3x^2) = (6x^5) : (-3x^2) + (-9x^4) : (-3x^2) = -2x^3 + 3x^2$ .

#### Ridicare la putere

1)  $(-3x^5)^3 = (-3)^3 \cdot (x^5)^3 = -27x^{15}$ .

2)  $\left(-\frac{4}{7}x^2y^5\right)^2 = \left(-\frac{4}{7}\right)^2 \cdot (x^2y^5)^2 = \frac{16}{49}x^4y^{10}$ .

### Reguli privind ordinea efectuării operațiilor cu numere reale

1)  $3x \cdot (5x - 2) + 4x \cdot (3 - 2x) - 6x^3 : (-2x) = 15x^2 - 6x + 12x - 8x^2 + 3x^2 = 10x^2 + 6x$ .

$$2) -25x + (-3x)^2 - (4x^3 + 8x^2) : (-4x^2) - (2x)^4 : (2x)^2 = -25x + 9x^2 + x + 2 - 4x^2 = 5x^2 - 24x + 2.$$

### Exerciții

1. Desfaceți parantezele, după care adunați termenii asemenea:

a)  $(3x - 5y) + (-12x + y)$ ;

c)  $4x - [4x - (4x - 2)]$ ;

b)  $(8x - 20y) - (5x - 3y)$ ;

d)  $3x - 2 - [4x - 3 - (5x - 4)]$ .

2. Efectuați înmulțirile:

a)  $-6x \cdot (-2y)$ ;

d)  $(-12x + 5y) \cdot (-2xy)$ ;

b)  $7y \cdot (-5x)$ ;

e)  $(3x + 5y)(2x - 3y)$ ;

c)  $-4x \cdot (5 - 3x)$ ;

f)  $(x^2 + x + 1)(x - 1)$ .

2. Efectuați următoarele împărțiri, unde  $a, b, x, y \in \mathbb{R}^*$ :

a)  $12x^3y^2 : (-4xy^2)$ ;

c)  $(8a^2 - 12a) : (-4a)$ ;

b)  $-16a^4b^7 : (-8b^3)$ ;

d)  $(-9x^3y^2 + 6x^4y^3) : (-3x^2y^2)$ .

3. Să se calculeze:

a)  $4y \cdot (2 - x) - 3x \cdot (5 - y) + xy$

d)  $\frac{1}{3} \cdot (15x - 21y) + \frac{1}{4} \cdot (12x - 20y) + \frac{1}{2} \cdot (4y - 8x)$

b)  $(x + 2)(x + 5) + (x - 4)(x - 3)$

c)  $\{[(x - 1) \cdot 2 - 3x] \cdot 3 - 4x\} \cdot (-1)$

e);  $(6x^3 - 12x^2) : (-3x^2) + (20x^3 - 35x^2 + 40x) : (5x)$

### 2. Formule de calcul prescurtat

#### *I. Pătratul unei sume de două numere*

Dacă  $a, b \in \mathbb{R}$ , atunci  $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ .

1)  $\left(\underbrace{2x}_a + \underbrace{3y}_b\right)^2 = \left(\underbrace{2x}_a\right)^2 + 2 \cdot \underbrace{2x}_a \cdot \underbrace{3y}_b + \left(\underbrace{3y}_b\right)^2 = 4x^2 + 12xy + 9y^2$ .

2)  $23^2 = (20 + 3)^2 = 20^2 + 2 \cdot 20 \cdot 3 + 3^2 = 400 + 120 + 9 = 529$ . (așa putem efectua calculul mintal!)

#### *II. Pătratul unei diferențe*

Dacă  $a, b \in \mathbb{R}$ , atunci  $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ .

1)  $\left(\underbrace{5x}_a - \underbrace{7}_b\right)^2 = \left(\underbrace{5x}_a\right)^2 - 2 \cdot \underbrace{5x}_a \cdot \underbrace{7}_b + \underbrace{7}_b^2 = 25x^2 - 70x + 49$ .

2)  $(\sqrt{2}x - \sqrt{3}y)^2 = (\sqrt{2}x)^2 - 2\sqrt{2}x\sqrt{3}y + (\sqrt{3}y)^2 = 2x^2 - 2\sqrt{6}xy + 3y^2$ .

3)  $19^2 = (20 - 1)^2 = 20^2 - 2 \cdot 20 \cdot 1 + 1^2 = 400 - 40 + 1 = 361$ .

#### *III. Produsul sumei și diferenței a două numere*

Dacă  $a, b \in \mathbb{R}$ , atunci  $(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$ .

1)  $\left(\underbrace{3x}_a + \underbrace{2y}_b\right)\left(\underbrace{3x}_a - \underbrace{2y}_b\right) = \left(\underbrace{3x}_a\right)^2 - \left(\underbrace{2y}_b\right)^2 = 9x^2 - 4y^2$ .

2)  $18 \cdot 22 = (20 - 2)(20 + 2) = 20^2 - 2^2 = 400 - 4 = 396$ .

#### IV. Pătratul sumei a trei numere

Dacă  $a, b, c \in \mathbb{R}$ , atunci  $(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc$ .

$$1) \left( \underbrace{2x}_a + \underbrace{3y}_b + \underbrace{c}_c \right)^2 = \left( \frac{2x}{a} \right)^2 + \left( \frac{3y}{b} \right)^2 + \frac{1}{c^2} + 2 \cdot \frac{2x}{a} \cdot \frac{3y}{b} + 2 \cdot \frac{2x}{a} \cdot \frac{1}{c} + 2 \cdot \frac{3y}{b} \cdot \frac{1}{c} =$$

$$= 4x^2 + 9y^2 + 1 + 12xy + 4x + 6y.$$

### Exerciții

1. Să se calculeze, utilizând formulele de calcul prescurtat:

a)  $(2x+3)^2$ ;

b)  $(5a+2b)^2$ ;

c)  $(2x-3)^2$ ;

d)  $(6a-5b)^2$ ;

e)  $(2x-3)(2x+3)$ ;

f)  $(4a-3b)(4a+3b)$ ;

g)  $\left( \frac{2}{5}a + \frac{5}{2}b \right)^2$ ;

h)  $\left( \frac{2}{3}x - \frac{3}{2}a \right)^2$ ;

i)  $\left( 4x - \frac{1}{2} \right) \left( 4x + \frac{1}{2} \right)$ ;

j)  $(0,25x+0,75)^2$ ;

k)  $(3\sqrt{3}-2\sqrt{2})^2$ ;

l)  $(2x+3y+5z)^2$ ;

m)  $(9x-2y-3z)^2$ .

2. Fie expresia algebrică  $E(x) = x^2 + 6x + 9$ , unde  $x$  este număr real.

a) Să se calculeze  $E(0)$ ,  $E(-3)$ ,  $E(1)$  și  $E(3)$ !

b) Determinați valoarea lui  $x$  pentru care valoarea expresiei este minim! Argumentați!

c) Rezolvați ecuația  $E(x) = 0$ , unde  $x \in \mathbb{R}$ !

3. Se dau numerele  $A = 2^2 + 4^2 + \dots + 2020^2$  și  $B = 1^2 + 3^2 + \dots + 2019^2$ .  $A - B = ?$

4. Să se arate că valoarea expresiei  $E(x) = (2x-3)^2 + 2(2x-3)(1-2x) + (1-2x)$ ,  $x \in \mathbb{R}$  este constantă (nu depinde de  $x$ )!

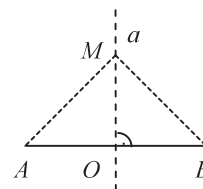
5. Să se calculeze valoarea expresiei  $E(x) = |x-3| + |x-5|$ , dacă  $x \in (3;5)$ .

## GEOMETRIE

### 1. MEDIATOAREA UNUI SEGMENT

– Mediatoarea unui segment este perpendiculara dusă prin mijlocul acestuia. (mediatoarea segmentului  $[AB]$  este dreapta  $a$ )

Proprietate: Toate punctele care se află pe mediatoarea unui segment sunt egal depărtate de capetele segmentului (și invers) adică  $M \in a \Leftrightarrow [MA] \equiv [MB]$



#### Probleme

1. Punctele  $A, B, C$  și  $D$  sunt colineare în această ordine, astfel încât  $[AC] \equiv [BD]$ . Să se arate că mediatoarele segmentelor  $AD$  și  $BC$  coincid! (Ind: mijloacele segmentelor coincid)

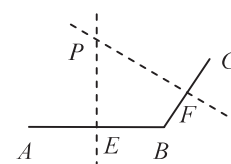
2. Mediatoarele segmentelor  $AB$  și  $BC$  în figura alăturată se intersectează în punctul  $P$ . Să se arate că:

a) triunghiul  $PAC$  este isoscel;

(Ind:  $[PA] \equiv [PB] \equiv [PC]$ )

b)  $m(\widehat{APC}) = 2 \cdot m(\widehat{EPF})$

(Ind:  $PE$  bisectoarea unghiului  $APB$ )



### 2. UNGHIURI

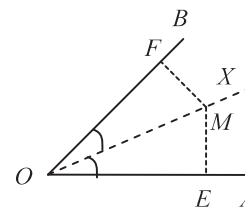
a) Bisectoarea unui unghi

– Bisectoarea unui unghi este semidreapta cu originea în vârful unghiului, care împarte acest unghi în alte două unghiuri congruente.

Proprietate: Orice punct de pe bisectoarea se află la egală distanță de laturile unghiului (și invers), adică  $M \in (OX \Leftrightarrow [ME] \equiv [MF])$ .

b) Unghiuri complementare: suma măsurilor celor două unghiuri este egală  $90^\circ$

c) Unghiuri suplementare: suma măsurilor celor două unghiuri este egală  $180^\circ$ .



d) Unghiuri cu laturile respectiv paralele:

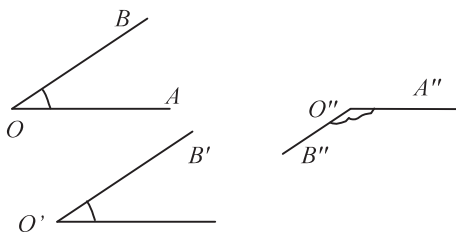
– Două unghiuri care au laturile respectiv paralele

Proprietate:

– Două unghiuri cu laturile respectiv paralele sunt congruente sau sunt suplementare

➤  $\widehat{AOB} \equiv \widehat{A'O'B'}$ ;

➤  $m(\widehat{AOB}) + m(\widehat{A''O''B''}) = 180^\circ$ .



e) Unghiuri cu laturile respectiv perpendiculare:

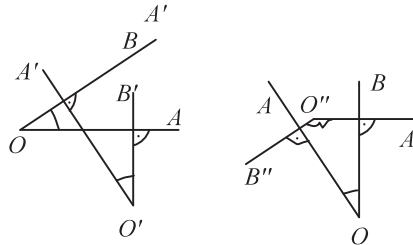
– Două unghiuri care au laturile respectiv perpendiculare.

Proprietate:

– Două unghiuri cu laturile respectiv perpendiculare sunt congruente sau sunt suplementare.

➤  $\widehat{AOB} \equiv \widehat{A'O'B'}$ ;

➤  $m(\widehat{AOB}) + m(\widehat{A''O''B''}) = 180^\circ$ .

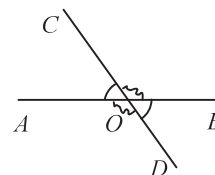


f) Unghiuri opuse la vârf

Două unghiuri cu același vârf se numesc opuse la vârf dacă laturile lor sunt semidrepte opuse.

$\widehat{AOC} \equiv \widehat{BOD}$  deoarece au același suplement, unghiul  $\widehat{COB}$ . De aici rezultă următoarea proprietate: Dacă două unghiuri sunt opuse la vârf, atunci ele sunt unghiuri congruente.

O altă pereche de unghiuri opuse la vârf:  $\widehat{COB}$  și  $\widehat{AOD} \Rightarrow \widehat{COB} \equiv \widehat{AOD}$ .



**Probleme**

1. În figura alăturată, (OC și OD sunt bisectoarele unghiurilor  $\widehat{AOB}$ , respectiv  $\widehat{BOC}$ . Să se calculeze măsura unghiului DOC dacă:

a)  $m(\widehat{AOB}) = 84^\circ$ ;

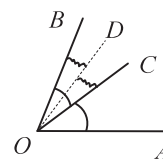
R:  $21^\circ$ .

b)  $m(\widehat{BOC}) = 68^\circ$ ;

R:  $34^\circ$ .

c)  $m(\widehat{AOD}) = 150^\circ$ .

R:  $50^\circ$ .



2.  $\widehat{AOB}$  și  $\widehat{BOC}$  sunt unghiuri adiacente. Să se calculeze măsura unghiului determinat de bisectoarele celor două unghiuri dacă:

a)  $m(\widehat{AOB}) = 48^\circ$  și  $m(\widehat{BOC}) = 68^\circ$ ;

b)  $m(\widehat{AOB}) = 50^\circ$  și  $m(\widehat{AOC}) = 100^\circ$ .

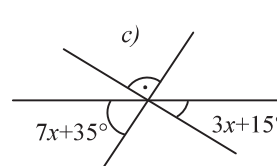
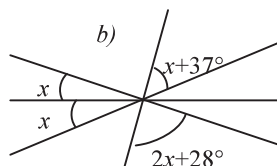
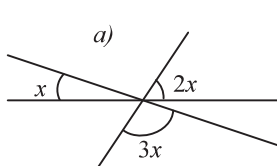
3. Patru unghiuri adiacente formează împreună un unghi alungit. Măsura fiecăruia, începând cu al doilea, este cu  $10^\circ$  mai mare decât precedentul. Calculați măsurile unghiurilor!

R:  $30^\circ, 40^\circ, 50^\circ, 60^\circ$ .

4. Să se afle măsurile unghiurilor formate de două drepte concurente, știind că măsura unuia este:

a)  $30^\circ$ ; b)  $42^\circ$ ; c)  $75^\circ$ . Identificați perechile de unghiuri opuse la vârf!

5. Calculați valoarea lui x din figurile de mai jos!



6. Calculați măsura complementului următoarelor unghiuri:  $47^\circ$ ,  $53^\circ 42'$ ,  $75^\circ$ ,  $12^\circ 25'$ ,  $72^\circ 48'$ .

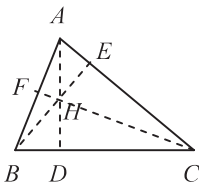
7. Calculați măsura suplementului următoarelor unghiuri:  $125^\circ$ ,  $49^\circ$ ,  $115^\circ 20'$ ,  $12^\circ 25'$ .

**3. TRIUNGHIURI**

1. Linii importante

a) înălțimi: AD, BE și CF.

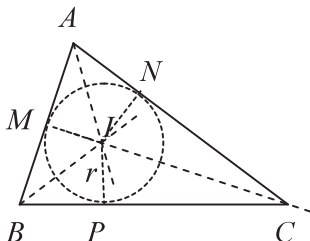
b) mediane: AD, BE și CF.



$AD \perp BC$ ,  $BE \perp AC$  și  $CF \perp AB$ .

H ortocentru

c) bisectoare: (AI, (BI și (CI.



– I – intersecția bisectoarelor (centrul cercului înscris)

–  $IP = r$  – raza cercului înscris în triunghi

– M, N, P – puncte de tangență

### 2. Linia mijlocie a triunghiului

– [MN] – linia mijlocie a triunghiului ABC.

–  $[AM] \equiv [MB]$  și  $[AN] \equiv [NC]$ .

Proprietăți:  $MN \parallel BC$  și  $MN = \frac{BC}{2}$ .

### 3. Criterii de congruență

$ABC_{\Delta} \equiv A'B'C'_{\Delta}$ , dacă:

C.I.:  $[AB] \equiv [A'B']$ ,  $[BC] \equiv [B'C']$  și  $\widehat{B} \equiv \widehat{B'}$  (l.u.l.)

C.II.:  $[BC] \equiv [B'C']$ ,  $\widehat{B} \equiv \widehat{B'}$  și  $\widehat{C} \equiv \widehat{C'}$  (u.l.u.)

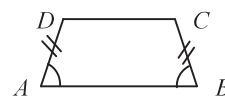
C.III.:  $[AB] \equiv [A'B']$ ,  $[BC] \equiv [B'C']$  și  $[AC] \equiv [A'C']$  (l.l.l.)

### Probleme

1. În figura alăturată  $[AD] \equiv [BC]$  și  $\widehat{A} \equiv \widehat{B}$ . Să se arate că:

a)  $[AC] \equiv [BD]$ ;

Ind:  $DAB_{\Delta} \equiv CBA_{\Delta}$



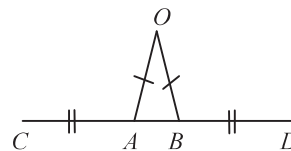
b)  $\widehat{ADB} \equiv \widehat{ACB}$  Ind.: unghiuri respective în triunghiuri congruente.

2. În figura alăturată  $[CA] \equiv [BD]$  și  $[OA] \equiv [OB]$ . Să se arate că:

a) triunghiul  $OCD_{\Delta}$  este isoscel;

b)  $\widehat{COB} \equiv \widehat{DOA}$ .

Ind:  $AOC_{\Delta} \equiv BOD_{\Delta}$



3. În triunghiul ABC, dreptunghic în A, construieți bisectoarea (BD,  $D \in (AC)$  și dreapta  $DE \perp BC$ ,  $E \in (BC)$ . Să se arate că:

a)  $[AD] \equiv [DE]$ ;

b) BD este mediatoarea segmentului [AE].

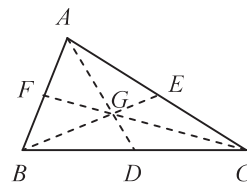
4. În triunghiul isoscel ABC,  $[AB] \equiv [AC]$ , (AD bisectoare,  $D \in [BC]$ ). Să se arate că (AD este înălțime și mediană în triunghiul ABC!

5. Laturilor unui triunghi au lungimile de 18 cm, 24 cm și 10 cm. Să se calculeze lungimile liniilor mijlocii ale triunghiului!

6. O linie mijlocie a unui triunghi echilateral are lungimea de 10 cm. Calculați aria triunghiului!

### 4. Criterii de asemănare

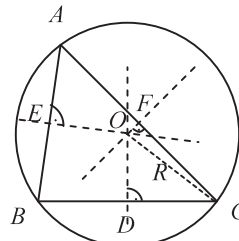
$ABC_{\Delta} \sim A'B'C'_{\Delta}$ , dacă:



$[AF] \equiv [FB]$ ,  $[BD] \equiv [DC]$  și  $[CE] \equiv [EA]$ .

G – centru de greutate,  $AG = 2 GD$ ,  $GD = \frac{1}{3} AD$ .

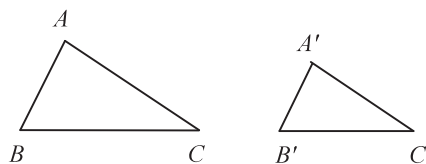
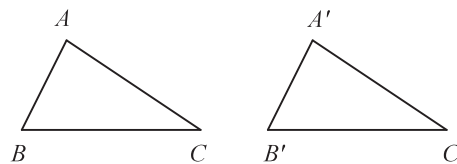
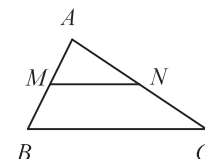
d) mediatoare: OD, OE și OF.



O – intersecția mediatoarelor

O – centrul cercului circumscris triunghiului ABC

R – raza cercului circumscris triunghiului





cazul I.:  $\widehat{A} \equiv \widehat{A}'$  și  $\widehat{B} \equiv \widehat{B}'$  (au două unghiuri respectiv congruente)

cazul II.:  $\frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'}$  și  $\widehat{B} \equiv \widehat{B}'$  (au două laturi proporționale și unghiurile dintre ele congruente)

cazul III.:  $\frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'} = \frac{AC}{A'C'}$  (au toate laturile proporționale)

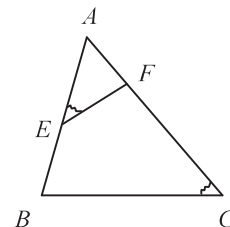
### Probleme

1. Laturile triunghiului  $ABC$  sunt de 10 cm, 18 cm și 16 cm, iar laturile triunghiului  $MNP$  sunt de 27 cm, 15 cm și 24 cm. Arătați că cele două triunghiuri sunt asemenea!

2. În triunghiul  $ABC$ ,  $E \in (AB)$  și  $F \in (AC)$  astfel încât  $\widehat{AEF} \equiv \widehat{ACB}$ . Se știe că  $AE = 6$  cm,  $AF = 4$  cm,  $EF = 3$  cm și  $AB = 12$  cm.

a) Să se demonstreze că  $AEF \triangle \sim ACB \triangle$

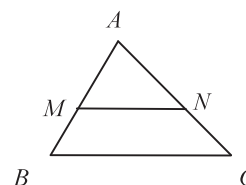
b) Să se calculeze perimetrul triunghiului  $ABC$



### 5. Teorema lui Thales

O paralelă dusă la una dintre laturile unui triunghi determină pe celelalte două laturi, segmente proporționale. Dacă  $MN \parallel BC \Rightarrow \frac{AM}{MB} = \frac{AN}{NC}$  sau  $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$ .

Teorema reciprocă: Dacă  $\frac{AM}{MB} = \frac{AN}{NC} \Rightarrow MN \parallel BC$ .



### 6. Teorema fundamentală a asemănării

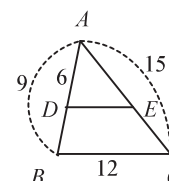
O paralelă dusă la una din laturile unui triunghi formează cu celelalte două laturi un triunghi asemenea cu cel inițial. Dacă  $MN \parallel BC \Rightarrow \frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$ .

### Aplicații

În triunghiul  $ABC$  (vezi figura),  $DE \parallel BC$ ,  $AD = 6$  cm,  $AB = 9$  cm,  $BC = 12$  cm și  $AC = 15$  cm. Calculați lungimile segmentelor  $AE$ ,  $EC$ ,  $DB$  și  $DE$ !

Ind: conform teoremei lui Thales  $\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} \Rightarrow \frac{6}{9} = \frac{AE}{15} \Rightarrow AE = 10$  cm,  $EC = 5$  cm.

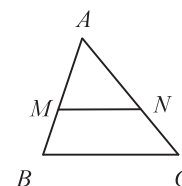
Conform teoremei fundamentale a asemănării:  $\frac{AD}{AB} = \frac{DE}{BC} \Rightarrow \frac{6}{9} = \frac{DE}{12} \Rightarrow DE = 8$  cm.



### Probleme

1. În triunghiul  $ABC$  (vezi figura),  $M \in (AB)$  și  $N \in (AC)$  astfel încât  $MN \parallel BC$ . Completați tabelul! (lungimile segmentelor sunt exprimate în metri)

	AB	AC	BC	AM	AN	MN	MB	NC
a			13,5	6	8	9		
b					3	6	8	6
c			21			7	6	16
d	12			4		6		16



2. În trapezul  $ABCD$ ,  $AB \parallel CD$  și  $AC \cap BD = \{O\}$ . Calculați lungimile segmentelor  $AO$ ,  $OC$ ,  $BO$  și  $OD$ , dacă:

a)  $AC = 21$  dm,  $BD = 35$  dm și  $\frac{CO}{OA} = \frac{2}{5}$ ;

b)  $AC = 32$  cm,  $BD = 40$  cm și  $\frac{AO}{AC} = \frac{5}{8}$ .

3. Să se arate că intersecția diagonalelor unui paralelogram se află pe dreapta determinată de mijloacele a două laturi opuse!

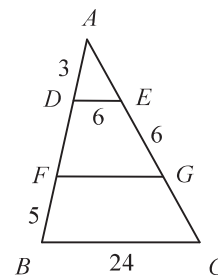
4. Arătați că mijloacele laturilor unui dreptunghi sunt vârfurile unui romb!

5. Arătați că mijloacele laturilor unui patrulater convex sunt vârfurile unui paralelogram!



6. În triunghiul  $ABC_{\Delta}$  din figura alăturată  $D \in (AB)$ ,  $F \in (DB)$  și  $E, G \in (AC)$  astfel încât,  $DE \parallel FG \parallel BC$ . Se știe că  $AD = 3$  cm,  $FB = 5$  cm,  $EG = DE = 6$  cm și  $BC = 24$  cm. Să se calculeze lungimea segmentelor  $FG, DF, AE$  și  $GC$ !

R:  $DF = 4, AE = 4,5, FG = 14, GC = 7,5$ .



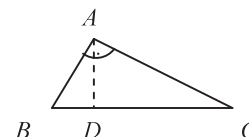
### 7. Relații metrice în triunghiul dreptunghic

Dacă  $ABC$  este un triunghi dreptunghic în  $A$ ,  $AD \perp BC$ ,  $D \in BC$  atunci sunt adevărate:

- a) Teorema înălțimii:  $AD^2 = BD \cdot DC$ .  
 b) Teorema catetei:  $AB^2 = BD \cdot BC$  și  $AC^2 = DC \cdot BC$ .  
 c) Teorema lui Pitagora:  $BC^2 = AB^2 + AC^2$ .

Sunt adevărate și teoremele reciproce.

Dacă în triunghiul  $ABC$  este adevărat oricare dintre relațiile de mai sus, atunci triunghiul este dreptunghic în  $A$ .

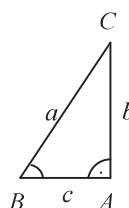


### 8. Sinusul, cosinusul, tangenta și cotangenta unui unghi ascuțit

Dacă în triunghiul  $ABC$   $m(\widehat{BAC}) = 90^\circ$ , atunci:

$$\sin \widehat{B} = \frac{b}{a}; \quad \cos \widehat{B} = \frac{c}{a};$$

$$\operatorname{tg} \widehat{B} = \frac{b}{c}; \quad \operatorname{ctg} \widehat{B} = \frac{c}{b}.$$



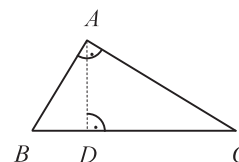
	$30^\circ$	$45^\circ$	$60^\circ$
$\sin \alpha$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
$\cos \alpha$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
$\operatorname{tg} \alpha$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$
$\operatorname{ctg} \alpha$	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$

În tabelul alăturat sunt trecute valorile lui sin, cos, tg, ctg pentru unghiurile de măsură  $30^\circ, 45^\circ$  și  $60^\circ$  (este de reținut)

### Exerciții

1. În triunghiul  $ABC$   $m(\widehat{A}) = 90^\circ$ ,  $AD \perp BC$ ,  $D \in BC$ . Completați tabelul!

	$AB$	$AC$	$BC$	$AD$	$BD$	$DC$
$a$	60	80				
$b$		20		12		
$c$	30			24		
$d$		20	29			

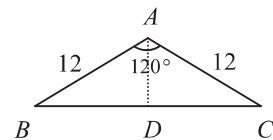


2. Într-un triunghi dreptunghic lungimile proiecțiilor catetelor pe ipotenuză sunt egale cu 4 cm și 1 cm. Aflați lungimea înălțimii corespunzătoare ipotenuzei!  
R: 2 cm.
3. În triunghiul  $ABC$ ,  $m(\widehat{A}) = 90^\circ$ ,  $m(\widehat{C}) = 30^\circ$ ,  $AD \perp BC$ , unde  $D \in BC$  și  $AB = 6$  cm. Să se calculeze:  
 a) lungimile segmentelor  $BD$  și  $DC$ ; R: 3;9  
 b) lungimile laturilor triunghiului;  
 c) înălțimea  $AD$ ; R:  $3\sqrt{3}$   
 d) aria triunghiului.
4. Ipotenuza unui triunghi dreptunghic isoscel este 12 cm. Aflați lungimea înălțimii corespunzătoare ipotenuzei și lungimile catetelor!  
R:  $h = 6$  cm și  $b = 6\sqrt{2}$  cm.
5. În trapezul dreptunghic  $ABCD$ ,  $AB \parallel DC$ ,  $m(\widehat{A}) = 90^\circ$ ,  $AC \perp BC$ ,  $AB = 6\sqrt{2}$  cm și  $DC = 2\sqrt{2}$  cm. Calculați înălțimea și aria trapezului!  
R:  $h = 4$  cm,  $A = 16\sqrt{2}$  cm<sup>2</sup>.
6. Aflați înălțimea și aria unui triunghi echilateral cu latura de 10 m!
7. În trapezul isoscel  $ABCD$ ,  $AB \parallel DC$ ,  $AB = 22$  cm,  $AD = DC = CB = 10$  cm. Să se calculeze:  
 a) lungimea înălțimii și a diagonalelor; R:  $h = 8$  cm,  $AC = 8\sqrt{5}$  cm.  
 b) aria trapezului. R:  $A = 128$  cm<sup>2</sup>.

8. În figura alăturată  $m(\widehat{BAC}) = 120^\circ$ ,  $AB = AC = 12$  cm și  $AD \perp BC$ , unde  $D \in BC$ . Să se calculeze:

a) lungimile înălțimii  $AD$  și laturii  $BC$ ; R:  $h = 6$ ,  $BC = 12\sqrt{3}$  cm.

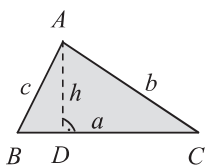
b) aria triunghiului  $ABC$  R:  $36\sqrt{3}$  cm<sup>2</sup>.



9. În triunghiul  $ABC$ ,  $AB = AC = 12$  cm și  $BC = 12\sqrt{3}$  cm. Să se calculeze măsurile unghiurilor și aria triunghiului!  
R:  $120^\circ, 30^\circ, 30^\circ$  și  $36\sqrt{3}$  cm<sup>2</sup>.

#### 4. ARII

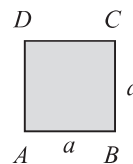
1) *triunghi*:



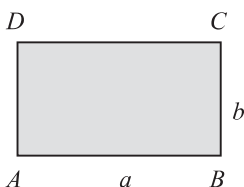
$$T = \frac{BC \cdot AD}{2} = \frac{a \cdot h}{2} = \frac{AB \cdot BC \cdot \sin \widehat{B}}{2}$$

$$\text{Dacă } m(\widehat{BAC}) = 90^\circ \Rightarrow AD = \frac{AB \cdot AC}{BC}, h = \frac{b \cdot c}{a}$$

2) *pătrat*:  $T = a^2$ .

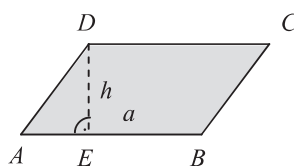


3) *dreptunghi*



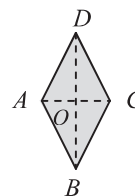
$$T = a \cdot b$$

4) *paralelogram*



$$T = AB \cdot DE = a \cdot h = AB \cdot AD \cdot \sin(\widehat{BAD})$$

5) *romb*

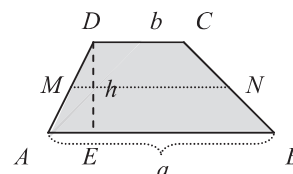


$$T = \frac{AC \cdot BD}{2}$$

6) *trapez*:  $T = \frac{(AB + CD) \cdot DE}{2} = \frac{(a + b) \cdot h}{2}$

Dacă  $[DM] \equiv [MA]$  și  $[CN] \equiv [NB]$ , atunci  $[MN]$  este linie mijlocie a

$$\text{trapezului} \Rightarrow MN = \frac{a + b}{2} \text{ și } MN \parallel AB$$

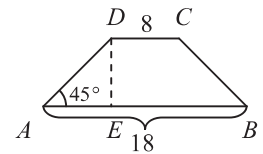


7) *cerc*:  $T = \pi \cdot R^2$  și  $K = 2 \cdot \pi \cdot R$ , unde  $R$  este raza cercului.

#### Exerciții

1. Latura unui pătrat este 4 cm. Calculați aria pătratului!
2. Perimetrul unui pătrat este 24 cm. Calculați aria pătratului!
3. Aria unui pătrat este 81 cm<sup>2</sup>. Determinați lungimea laturii pătratului!
4. Lungimea unui dreptunghi este de 7 cm și lățimea de 3 cm. Determinați aria și perimetrul dreptunghiului!
5. Lungimea unui dreptunghi este de 3 ori mai mare decât lățimea sa, iar perimetrul este 48 cm. Calculați dimensiunile și aria dreptunghiului!
6. Lungimea unui dreptunghi este de 9 cm și lățimea de 4 cm.
  - a) Calculați aria dreptunghiului!
  - b) Calculați latura pătratului, care are aria egală cu aria dreptunghiului!
7. Un triunghi dreptunghic are catetele 12 cm și 16 cm. Calculați aria triunghiului!
8. Lungimea ipotenuzei unui triunghi dreptunghic isoscel este 30 cm. Calculați aria triunghiului!
9. Un romb are diagonalele egale cu 8 cm și 12 cm. Calculați aria rombului!
10. Aria unui romb cu o diagonală de 18 cm este egală cu 72 cm<sup>2</sup>. Calculați cealaltă diagonală!
11. Lungimile bazelor unui trapez sunt egale cu 12 cm, respectiv 8 cm, iar înălțimea 5 cm. Calculați aria trapezului!
12. Aria unui trapez este 32 cm<sup>2</sup>, iar lungimile bazelor sunt egale cu 10 cm, respectiv 6 cm. Calculați înălțimea trapezului!

13. În figura alăturată  $ABCD$  este un trapez isoscel,  $m(\widehat{A}) = 45^\circ$ ,  $AB = 18$  cm și  $DC = 8$  cm. Să se calculeze:
- a) înălțimea  $[DE]$  a trapezului; R: 5 cm.  
 b) aria trapezului; R:  $65 \text{ cm}^2$ .  
 c) Perimetrul trapezului. R:  $(26 + 10\sqrt{2})$  cm.



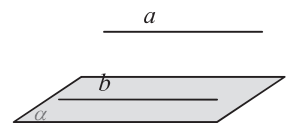
14. Calculați aria și perimetrul cercului dacă raza este egală cu:  
 a) 5 cm; b) 4 dm; c) 7 mm.
15. Aria unui triunghi echilateral este  $75\sqrt{3} \text{ cm}^2$ . Calculați latura și apotema triunghiului și raza cercului circumscris!
16. Aria unui pătrat este  $200 \text{ cm}^2$ . Calculați latura și apotema pătratului și raza cercului circumscris pătratului!
17. Să se calculeze latura, apotema, perimetrul și aria unui hexagon regulat dacă raza cercului circumscris este 3 cm!
18. Aria unui hexagon regulat este  $150\sqrt{3} \text{ cm}^2$ . Calculați latura și apotema hexagonului!

## 5. GEOMETRIE ÎN SPAȚIU

### 1. Paralelism în spațiu

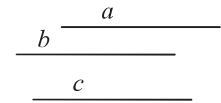
- a) O dreaptă este paralelă cu un plan, dacă este paralelă cu o dreaptă din plan.

$$\text{Dacă } a \parallel b, b \subset \alpha \Rightarrow a \parallel \alpha.$$



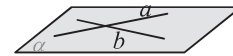
- b) Dacă două drepte distincte  $a$  și  $b$  sunt paralele cu a treia dreaptă  $c$ , atunci dreptele  $a$  și  $b$  sunt paralele între ele.

$$\text{Dacă } a \parallel c \text{ și } b \parallel c \Rightarrow a \parallel b.$$



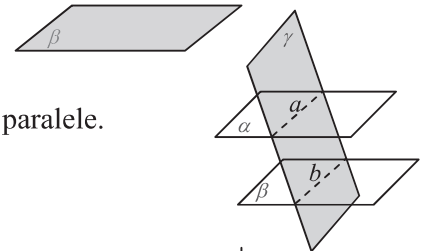
- c) Dacă un plan conține două drepte concurente paralele cu un alt plan, atunci cele două plane sunt paralele.

$$\text{Dacă } a \parallel \beta \text{ și } b \parallel \beta, a, b \subset \alpha \text{ și } a \not\parallel b \Rightarrow \alpha \parallel \beta.$$



- d) Dacă un plan intersectează două plane paralele, intersecțiile sunt drepte paralele.

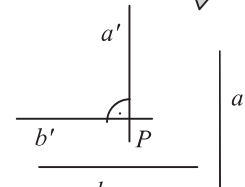
$$\text{Dacă } \alpha \parallel \beta, \gamma \cap \alpha = a, \gamma \cap \beta = b \Rightarrow a \parallel b.$$



### 2. Perpendicularitate în spațiu

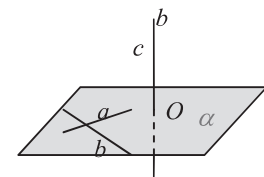
- a) Două drepte  $a$  și  $b$  din spațiu sunt perpendiculare dacă paralelele duse printr-un punct  $P$  la ele sunt perpendiculare.

$$a \perp b, \text{ ha } a' \parallel a, b' \parallel b \text{ și } a' \perp b'.$$



- b) O dreaptă este perpendiculară pe un plan dacă este perpendiculară pe două drepte concurente din plan.

$$c \perp \alpha, \text{ ha } c \perp a, c \perp b, \text{ unde } a, b \subset \alpha \text{ și } a \not\parallel b.$$



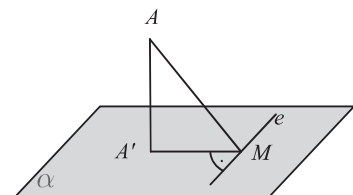
- c) Teorema celor trei perpendiculare

Dacă  $AA' \perp \alpha$ ,  $A' \in \alpha$  și  $A'M \perp e$ ,  $M \in e$ ,  $e \subset \alpha \Rightarrow AM \perp e$ .

Reciprocele teoremei celor trei perpendiculare

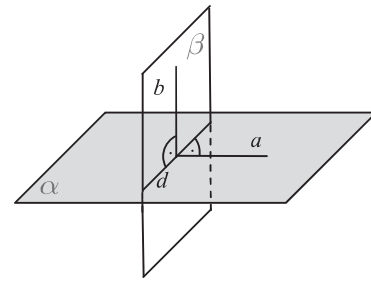
- 1.) Dacă  $AA' \perp \alpha$ ,  $A' \in \alpha$  și  $AM \perp e$ , unde  $M \in e$ ,  $e \subset \alpha$ , atunci  $A'M \perp e$ .

- 2.) Dacă  $AA' \perp A'M$ ,  $A'M \perp e$  și  $AM \perp e$ , unde  $A'M, e \subset \alpha$ ,  $M \in e$ , atunci  $AA' \perp \alpha$ .



d) Dacă un plan  $\alpha$  conține o dreaptă  $a$ , care este perpendiculară pe un plan  $\beta$ , atunci planele  $\alpha$  și  $\beta$  sunt perpendiculare.

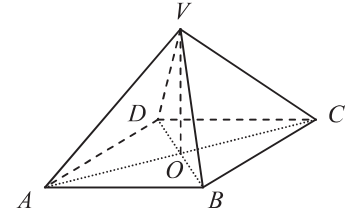
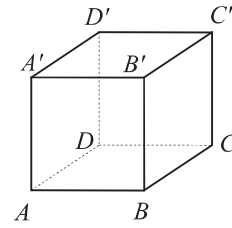
$$\alpha \perp \beta \Leftrightarrow a \perp \beta \text{ și } a \subset \alpha.$$



### Probleme

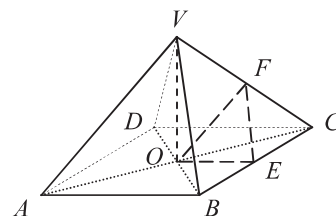
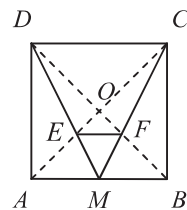
- În cubul  $ABCD A' B' C' D'$   $AB = 10$  cm. Să se determine:
  - măsura unghiului format de dreptele  $AB$  și  $A' C'$ ;
  - măsura unghiului format de dreptele  $AC$  și  $A' B'$ ;
  - poziția relativă a dreptei  $DC$  și a planului  $ABC'$ ;
  - distanța punctului  $A'$  la dreapta  $BC$ ;
  - lungimea diagonalei  $AC'$ ;
  - aria triunghiului  $ACD'$ .
- În piramidă patrulateră regulată  $VABCD$  din figura alăturată  $VA = AB = 6$  cm. Să se calculeze:
  - aria bazei
  - măsura unghiului  $AVC$
  - măsura unghiului format de dreptele  $BC$  și  $VA$ ;
  - distanța punctului  $A$  de la planul  $VBD$

e) Să se demonstreze că dreapta  $AB$  este paralelă cu planul  $VDC$
- În prisma  $ABCD A' B' C' D'$  avem  $AB = 20$  cm,  $BC = 15$  cm și  $AA' = 9$  cm. (Vezi figura problemei 1.!) Să se calculeze:
  - lungimea diagonalei prismei;
  - distanța punctului  $B'$  la dreapta  $DC$ ;
  - distanța punctului  $B'$  la planul  $ABC'$ ;
  - distanța punctului  $A'$  la dreapta  $BD$ .



### TEST DE EXERSARE

- Rezultatul calculului  $36 + 42 : 7$  este egal cu ...
  - Media aritmetică a numerelor 72 și 18 este egală cu ...
  - Dacă  $A = \{3; 7; 9\}$  și  $B = \{4; 5; 8\}$ , atunci  $A \cap B = \dots$
  - Latura unui pătrat este 12 cm. Aria pătratului este ...  $\text{cm}^2$ .
  - $ABCD A' B' C' D'$  este un cub. Unghiul dreptelor  $BC$  și  $A' B'$  are măsura de ...  $^\circ$ .
  - Probabilitatea ca aruncând un zar, să obținem un număr divizibil cu 3 este ...
- Desenați o piramidă patrulateră regulată cu vârful  $V$  și baza pătratul  $ABCD$ .
  - Raportul a două numere naturale este  $\frac{3}{7}$ , iar suma lor 150. Determinați cele două numere!
  - Prețul unei biciclete a fost mărit cu 10%, apoi redus cu 20%. Astfel prețul bicicletei a devenit 528 lei. Determinați prețul inițial al bicicletei!
  - Fie expresia  $E(x) = x^2 - 10x + 25$ , unde  $x \in \mathbb{R}$ . Calculați valoarea expresiei pentru  $x = -2$
  - Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația  $x^2 = 144$
- În pătratul  $ABCD$   $AB = 9$  cm,  $M$  este mijlocul laturii  $AB$ ,  $AC \cap BD = \{O\}$ ,  $DM \cap AC = \{E\}$  și  $CM \cap BD = \{F\}$ .
    - Să se calculeze aria pătratului  $ABCD$ .
    - Să se demonstreze că  $E$  este centrul de greutate în triunghiul  $ABD$ .
    - Să se calculeze aria triunghiului  $EMF$ .
  - În figura alăturată  $VABCD$  este o piramidă patrulateră regulată.  $VA = AB = 8$  cm,  $E$  și  $F$  sunt mijloacele muchiilor  $BC$  respectiv  $VC$ .
    - Să se calculeze perimetrul triunghiului  $OEF$ .
    - Să se demonstreze că  $(VAB) \parallel (EOF)$ .
    - Să se calculeze aria patrulaterului  $VAOF$ .



# MATEMATIKA

## (magyar nyelvű változat)

**Kedves tanulók,**

**A matematika nem egy elérhetetlen, meghódíthatatlan világ, csak meg kell találni, fel kell fedezni azokat a kulcsokat, amelyek feltárják előttetek ezen univerzum titkait. A csapatunk által összeállított leckék lépésről lépésre segítik a felkészülési erőfeszítéseiteket, támogatnak példákkal, megoldásokkal, gyakorlatokkal és magyarázatokkal, hogy megértsétek a vizsgatételekbe foglalt algebra és mértan feladatokat.**

**Kitartást és sok sikert kívánunk!**

**A szerzők**

# ALGEBRA

## TERMÉSZETES SZÁMOK

### 1. Műveletek természetes számokkal

1. Ha egy művelet sor csak azonos rendű műveleteket tartalmaz, akkor azokat a leírás sorrendjében végezzük el.
2. Ha egy művelet sor különböző rendű műveleteket tartalmaz, akkor először a magasabb rendű műveleteket végezzük el: a hatványozást, utána a szorzást és osztást, majd az összeadást és kivonást.
3. Ha zárójelek is vannak, akkor először a kerek zárójelben levő, majd a szögletes, végül a kapcsos zárójelben levő műveleteket végezzük el.

*Példák:*

- a)  $325 : 25 \cdot 5 = 13 \cdot 5 = 65$ .
- b)  $5 \cdot 10 - 50 : 25 = 50 - 2 = 48$ .
- c)  $3^3 + 4^2 \cdot 5 = 27 + 16 \cdot 5 = 27 + 80 = 107$ .
- d)  $4 \cdot 5^2 - 2 \cdot 3^2 - 5 \cdot 2^3 = 4 \cdot 25 - 2 \cdot 9 - 5 \cdot 8 = 100 - 18 - 40 = 42$ .
- e)  $20 - 20 : [20 - 20 : (20 - 2 \cdot 3^2)] = 20 - 20 : [20 - 20 : (20 - 18)] =$   
 $= 20 - 20 : (20 - 20 : 2) = 20 - 20 : 10 = 20 - 2 = 18$ .
- f)  $(2^2 \cdot 3^2 + 3^2 \cdot 7 + 1)^3 - 10^6 = (4 \cdot 9 + 9 \cdot 7 + 1)^3 - 1000000 =$   
 $= (36 + 63 + 1)^3 - 1000000 = 100^3 - 100^3 = 0$ .

### Feladatok

1. Végezd el a kijelölt műveleteket!
  - a)  $200 : 25 + 45 \cdot 2 - 27 : 3$
  - b)  $975 : 25 : 3 + 4 \cdot 3 \cdot 5 + 3^3$
  - c)  $(325 : 13 \cdot 4 - 15 \cdot 39 : 45) : 29$
  - d)  $180 : 9 + 140 : 7 + 100 : 5 + 60 : 3 + 20 : 1$
  - e)  $(1 + 2 + 2^2 + 2^3) : 15 - 40 : (1 + 3 + 3^2 + 3^3)$
  - f)  $4^2 - 72 : 8 + 5^2 \cdot 4 - 10^2$
  - g)  $[5 \cdot (3^3 - 7) - 2 \cdot 5^2] : 5^2 - 5^0$
  - h)  $(56 - 32 : 2^3) : (58 - 3^2 \cdot 5)$

E: 89; 100; 3; 100; 0; 7; 1; 4.
2. Két szám összege 100. A két szám hányadosa 3, a maradék 16. Melyek ezek a számok? E: 79, 21.
3. Két szám különbsége 185. Határozd meg a két számot, ha tudod, hogy a két szám hányadosa 7, és a maradék 5. E: 215 és 30.
4. Egy háromjegyű természetes számot egyjegyű természetes számmal osztva, a hányados 17 és a maradék 8. Határozd meg a háromjegyű számot! E:  $9 \cdot 17 + 8 = 161$ .
5. Határozd meg azt a legnagyobb háromjegyű természetes számot, amelyet a legnagyobb kétjegyű természetes számmal osztva, a legnagyobb maradékot kapjuk! E: 989.
6. Melyek azok a természetes számok, amelyeknek a felbontott alakja:
  - a)  $7 \cdot 10^4 + 4 \cdot 10^3 + 3 \cdot 10^2 + 5 \cdot 10 + 4$
  - b)  $9 \cdot 10^3 + 5 \cdot 10 + 8$
  - c)  $9 \cdot 10^6 + 6 \cdot 10^3 + 1$

E: 74 354; 9 058; 9 006 001.
6. Melyik szám nagyobb az  $5^2 + 12^2$  és  $13^2$  közül? E: egyenlők.
7. Írd fel a 35-öt olyan természetes számok szorzataként, amelyeknek az összege is 35. E:  $35 = 5 \cdot 7 \cdot 1 \cdot 1 \cdot \dots \cdot 1$  (23 darab 1-es)

### 2. Szöveges feladatok megoldási módszerei

#### a) Az egységre visszavezetés módszere

1. 7 labda 119 lejbe kerül. Mennyit kell fizetni 5 darab ugyanolyan labdáért?



Megoldás: 7 labda ..... 119 lej  
5 labda ..... ?  
 1 labda .....  $119 : 7 = 17$  lej;  
 5 labda .....  $17 \cdot 5 = 85$  lej.

### Feladatok

1. Egy diák 7 óra alatt 28 km utat tett meg. Mekkora utat tett meg a diák 4 óra alatt? E: 16 km.
2. Egy gépkocsi 100 km-en 5 liter benzint fogyaszt. Hány km-re elegendő 37 liter benzin? E: 740 km.

#### b) Az összehasonlítás módszere

1. 3 kg narancs és 5 kg alma ára összesen 27 lej. 4 kg narancsért és 2 kg almáért összesen 22 lej kell fizetni. Mennyibe kerül 1 kg narancs és 1 kg alma külön-külön?

Megoldás: 3 kg narancs + 5 kg alma ..... 27 lej    | · 4  
4 kg narancs + 2 kg alma ..... 22 lej    | · 3  
 12 kg narancs + 20 kg alma .....  $27 \cdot 4 = 108$  lej  
12 kg narancs + 6 kg alma .....  $22 \cdot 3 = 66$  lej  
 14 kg alma .....  $108 - 66 = 42$  lej  
 1 kg alma ára  $42 : 14 = 3$  lej, 1 kg narancs ára  $(27 - 5 \cdot 3) : 3 = 4$  lej.

### Feladatok

1. 3 kg alma és 5 kg körte 21 lejbe került. 6 kg alma és 2 kg körte ára 18 lej volt. Mennyibe került 1 kg alma és 1 kg körte külön-külön? E: 1 kg alma 2 lej és 1 kg körte 3 lej.
2. 3 golyóstoll és 10 ceruza 62 lejbe kerül. Mennyibe kerül egy ceruza és egy golyóstoll külön-külön, ha 7 ceruza árával egy golyóstollat lehet vásárolni? E: 1 ceruza ára 2 lej, 1 golyóstollé 14 lej.

#### c) Az ábrázolás módszere

1. Andrásnak 3-szor több pénze van, mint Pistának, Pistának viszont 10 lejjel kevesebb pénze van, mint Ferinek. Összesen 130 lejük van. Hány leje van a gyerekeknek külön-külön?

Megoldás: Legyen  $x$  a Pista pénzét ábrázoló szakasz hossza.

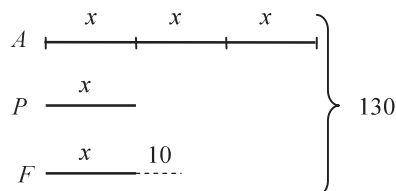
Így Andrásnak  $3x$ , Ferinek pedig  $x + 10$  leje van.

Felírhatjuk, hogy:

$$3x + x + x + 10 = 130 \Leftrightarrow 5x + 10 = 130 \quad | -10$$

$$5x = 120 \quad | :5 \Leftrightarrow x = 120 : 5 = 24. \text{ Felelet: Pistának 24 leje, Ferinek}$$

$$24 + 10 = 34 \text{ leje, Andrásnak } 24 \cdot 3 = 72 \text{ leje van.}$$



### Feladatok

1. Mikinek 4-szer több pénze van, mint Ferinek. Összesen 80 eurójuk van. Mennyi pénze van a két gyermeknek külön-külön? E: Mikinek 64 eurója, Ferinek 16 eurója van.
2. Két természetes szám összege 400, a különbségük 180. Melyek ezek a számok? E: 110 és 290.
3. Két természetes szám különbsége 360, az egyik 7-szerese a másiknak. Melyik ez a két szám? E: 420 és 60.
4. Három, egymást követő természetes szám összege 693. Melyik ez a három szám? E: 230, 231, 232.
5. Néhány egymás utáni természetes szám összege 30. Melyek ezek a számok? Hány megoldást kaptál? E: I: 9, 10, 11; II: 6, 7, 8, 9; III: 4, 5, 6, 7, 8.

#### d) A hamis feltevés módszere

Egy tömbházban kétszobás és háromszobás lakások vannak, összesen 20 lakás. Hány kétszobás és hány háromszobás lakás van a tömbházban, ha a lakásokban összesen 46 szoba van?

Megoldás: Feltételezzük, hogy minden lakás kétszobás. Így összesen  $20 \cdot 2 = 40$  szoba lenne. Ez a szobák számánál 6-tal kevesebb. Ha egy kétszobás lakást háromszobásra cserélünk, akkor a szobák

száma 1-gyel nő. Következik, hogy 6 darab 2-szobás lakás helyett 6 darab 3-szobás lakást kell venni. Így a tömbházban  $20 - 6 = 14$  darab 2-szobás és 6 darab 3-szobás lakás van.

### Feladatok

1. Egy udvarban tyúkok és nyulak vannak, összesen 25 fejük és 68 lábuk van. Hány tyúk és hány nyúl van az udvarban? E: 9 nyúl és 16 tyúk.
2. Egy színházelőadáson 400 jegyet adtak el: a felnőttek 15 lejes, a gyerekek pedig 8 lejes jegyet váltottak. A bevétel 5160 lej volt. Hány felnőtt és hány gyerek nézte meg az előadást?

*Megoldás:* Ha mind a 400 résztvevő gyerek lett volna, akkor a bevétel  $400 \cdot 8 = 3200$  lej lett volna. A különbség 1960 lej. Egy felnőttjegy 7 lejjel drágább, tehát  $1960 : 7 = 280$  felnőtt és 120 gyerek.

#### e) A fordított út módszere

Emese zsebpénzt kapott a szüleitől. Az első napon elköltötte a pénzének felét és még 10 lejt, a második napon pedig a megmaradt pénz felét és még 10 lejt. Így ezek után 4 leje maradt. Mennyi zsebpénzt kapott Emese a szüleitől?

*Megoldás:* Az eredeti számot úgy kapjuk meg, hogy hátulról visszafele számolunk.  $4 + 10 = 14$ , ez az első nap után megmaradt pénz fele.  $14 \cdot 2 = 28$ , ez az első nap után megmaradt pénz.  $28 + 10 = 38$ , ez az eredeti pénzösszeg fele.  $38 \cdot 2 = 76$  lej, ennyi zsebpénzt kapott Emese.

Ezt műveletsorral is kiszámíthatjuk:  $[(4 + 10) \cdot 2 + 10] \cdot 2 = (28 + 10) \cdot 2 = 76$ .

### Feladatok

1. Egy szám 3-szorosához hozzáadunk 9-et, az eredményt osztjuk 3-mal, a kapott hányadosból kivonunk 10-et, és eredményül 10-et kapunk. Határozd meg az eredeti számot! E: 17.
2. Egy vízilabda mérkőzés elején kevés néző volt. A második negyedre 3-szor annyi néző érkezett, mint amennyi az elején volt. A harmadik negyedre még jött 200 néző, de mivel a csapat veszteségre állt, a negyedik negyedre csak 600-an nézték végig, azaz feleannyian, mint a harmadikat. Hány néző volt a mérkőzés elején? E: 250.
3. Anikó, Kati, Laci és Feri testvérek. Kati 3-szor idősebb Anikónál, Laci 6 évvel idősebb Katinál, Feri pedig 2-szer nagyobb Lacinál, azaz 18 éves. Határozd meg a négy testvér életkorát! E: 1, 3, 9.

## KÖZÖNSÉGES TÖRTEK

### 1. Műveletek törtekkel

#### a) Összeadás

$$\circ \frac{2}{5} + \frac{3}{20} + \frac{1}{8} = ? \text{ Kövessük a közös nevezőre hozás lépéseit! 1) ... [5, 20, 8] = 80.}$$

$$2) \dots 80 : 5 = 16, 80 : 20 = 4 \text{ és } 80 : 8 = 10. 3) \frac{16}{5} + \frac{4}{20} + \frac{10}{8} = \frac{32}{80} + \frac{12}{80} + \frac{10}{80} = \frac{54}{80} = \frac{27}{40}.$$

#### b) Kivonás

$$\circ 3\frac{4}{7} - 1\frac{5}{6} = \frac{6}{6} \cdot \frac{25}{7} - \frac{7}{6} \cdot \frac{11}{6} = \frac{150}{42} - \frac{77}{42} = \frac{73}{42} = 1\frac{31}{42};$$

#### c) Szorzás

$$1) 12 \cdot \frac{25}{36} = \frac{1}{1} \cdot \frac{25}{\cancel{36}_3} = \frac{25}{3} = 8\frac{1}{3}; \quad 2) \frac{1}{7} \cdot \frac{\cancel{35}^5}{\cancel{49}_7} = \frac{1}{7} \cdot \frac{5}{3} = \frac{5}{21}; \quad 3) 2\frac{1}{4} \cdot 3\frac{5}{9} = \frac{9}{4} \cdot \frac{\cancel{32}^8}{\cancel{9}_3} = 8.$$

#### d) Osztás

$$1) \frac{7}{12} : \frac{5}{8} = \frac{7}{12} \cdot \frac{8}{5} = \frac{14}{15}; \quad 2) 4\frac{1}{2} : 4 = \frac{9}{2} \cdot \frac{1}{4} = \frac{9}{8}; \quad 3) 9 : 2\frac{2}{3} = 9 : \frac{8}{3} = 9 \cdot \frac{3}{8} = \frac{27}{8} = 3\frac{3}{8}.$$

e) *Hatványozás*

$$1) \left(\frac{3}{7}\right)^0 = 1; \quad 2) \left(\frac{3}{5}\right)^4 = \frac{81}{625}; \quad 3) \left(2\frac{3}{4}\right)^2 = \left(\frac{11}{4}\right)^2 = \frac{121}{16}; \quad 4) \left(\frac{2}{9}\right)^4 \cdot \left(\frac{2}{9}\right)^5 = \left(\frac{2}{9}\right)^{4+5} = \left(\frac{2}{9}\right)^9;$$
$$5) \left(\frac{5}{8}\right)^{10} : \left(\frac{5}{8}\right)^5 = \left(\frac{5}{8}\right)^{10-5} = \left(\frac{5}{8}\right)^5; \quad 6) \left[\left(\frac{3}{7}\right)^2\right]^3 = \left(\frac{3}{7}\right)^{2 \cdot 3} = \left(\frac{3}{7}\right)^6; \quad 7) \left(\frac{2}{5} \cdot \frac{3}{7}\right)^3 = \left(\frac{2}{5}\right)^3 \cdot \left(\frac{3}{7}\right)^3.$$

### Feladatok

Végezd el a kijelölt műveleteket:

$$a) \frac{1}{8} \cdot \left(4 + 2 : \frac{1}{2}\right); \quad b) \frac{2}{5} \cdot \frac{15}{4} + \frac{7}{16} : \frac{14}{64}; \quad c) \left(5 - \frac{1}{8}\right) : 3\frac{1}{4} - \frac{1}{2};$$
$$d) \left(\frac{1}{3}\right)^2 \cdot \left(9 + 3 : \frac{1}{3}\right); \quad e) \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} : 2\right) \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{6}; \quad f) \left(\frac{2}{5}\right)^2 : \left(\frac{3}{5}\right)^2 - \frac{3}{8} \cdot \frac{24}{27}.$$

$$E: a) 1; b) 3\frac{1}{2}; c) 1; d) 2; e) 0; f) \frac{1}{9}.$$

### 2. Egy szám törtrésze, százalékok

1) Egy üzletben nyitáskor 120 bicikli volt. Aznap eladták a biciklik  $\frac{5}{8}$ -át. Hány biciklit adtak el?

*Megoldás:* A 120-at megszorozzuk  $\frac{5}{8}$ -dal:  $120 \cdot \frac{5}{8} = 15 \cdot 5 = 75$  biciklit adtak el.

2) Egy kiránduló megtett 6 km-t, amely az egész út  $\frac{3}{5}$ -e. Mekkora az egész út?

*Megoldás:* legyen  $x$  az egész út hossza. Most a szám törtrésze adott, és meg kell határozni a számot.

Következik, hogy  $x \cdot \frac{3}{5} = 6 \Rightarrow x = 6 : \frac{3}{5} = 6 \cdot \frac{5}{3} = 10 \Rightarrow$  Az egész út hossza 10 km.

3) Egy munkás 1600 lejes fizetésének elköltötte a 75 %-át. Mennyi pénze maradt meg?

*Megoldás:*  $1600 \cdot \frac{75}{100} = 16 \cdot 75 = 1200$  lejt költött el, megmaradt 400 leje.

4) Pista egy út 60 %-át tette meg, és pedig 30 km-t. Hány km hosszú az egész út?

*Megoldás:* legyen  $x$  az egész út hossza. Ennek  $\frac{60}{100}$ -ad része 30 km. Felírhatjuk, hogy  $x \cdot \frac{60}{100} = 30 \Rightarrow$

$$x = 30 : \frac{60}{100} = 30 \cdot \frac{100}{60} = 50 \text{ km.}$$

### Feladatok

1. Egy 32-es létszámú osztály tanulóinak  $\frac{3}{8}$ -a fiú. Hány lány van az osztályban? E: 20.
2. Egy utas megtett 18 km-t, amely az egész út  $\frac{2}{5}$ -e. Mekkora az egész út? E: 45 km.
3. Pista elköltötte a pénzének 25%-át és még 250 lejt, így a pénzének a fele megmaradt. Mennyi pénze volt Pistának? E: 1000 lej.
4. Egy színházi előadáson 600 néző vett részt. A nézők 40%-a tanulókból, 60%-a felnőttekből állt. A felnőttek 12 lejes jegyet vásároltak, a tanulók 50%-os kedvezményt kaptak.
  - a) Hány tanuló és hány felnőtt volt az előadáson? E: 240 tanuló és 340 felnőtt.
  - b) Mennyi volt az előadás bevétele? E: 5760 lej.

## TIZEDESTÖRTEK

### 1. Tizedestört átalakítása közönséges törtté / vegyes számmá

**Véges tizedestörtet** úgy alakítunk át közönséges törtté, hogy a számot tizedesvessző nélkül a számlálóba írjuk, a nevezőben pedig az 1-es után annyi 0-t írunk, ahány tizedesjegyünk van. A végén, ha lehet, egyszerűsítünk. Példa:  $8,25 = \frac{825^{(25)}}{100} = \frac{33}{4} = 8\frac{1}{4}$ .

**Tiszta szakaszos tizedestörtet** úgy alakítunk át törtté vagy vegyes számmá, hogy leírjuk az egész részt, a számlálóba a szakaszt, a nevezőbe pedig annyi 9-est írunk ahány számjegyből a szakasz áll.

Példa:  $7,(36) = 7\frac{36^{(9)}}{99} = 7\frac{4}{11}$ .

**Vegyes szakaszos tizedestörtet** úgy alakítunk át törtté vagy vegyes számmá, hogy leírjuk az egész részt, a számlálóba a vessző utáni számot, ebből kivonjuk a vessző és szakasz közötti számot, a nevezőbe pedig annyi 9-est, ahány számjegyből a szakasz áll, utána pedig annyi nullát, ahány számjegy a vessző és szakasz között van. Példa:  $4,3(45) = 4\frac{345-3}{990} = 4\frac{342^{(9)}}{990} = 4\frac{38^{(2)}}{110} = 4\frac{19}{55}$ .

**Megjegyzés.** Tizedestörtet tizedestörttel úgy osztunk, hogy az osztás előtt az osztandóban és az osztóban a tizedesvesszőt annyi számjeggyel visszük jobbra, amennyivel az osztóból természetes számot kapunk.

Példa:  $74,12 : 2,5 = 741,2 : 25 = 29,648$ . Az osztandót és osztót 10-zel szoroztuk, majd az előbbi módszerrel elvégeztük az osztást.  $0,375 : 1,25 = 37,5 : 125 = 0,3$ . Itt az osztás előtt 100-zal szoroztuk.

### Feladatok

- Alakítsd át a következő tizedestörteket közönséges törtekké: 0,3; 4,35; 7,25; 0,425; 0,(3); 0,(24); 2,(36); 0,(987); 1,4(3); 0,1(24); 1,1(12); 0,01(25).
- Számítsd ki:
  - $9 - (3,24 - 1,15) \cdot 0,4$ ;
  - $5 \cdot (7,2 - 0,6 \cdot 0,5) + 2,75$ ;
  - $3,9 + (4,5 : 0,9 + 5 : 0,5) \cdot 0,2$ ;
  - $99 - (0,9^2 \cdot 3 + 0,8^2 : 0,1^2)$ ;
  - $4 \cdot 23,5 - 3,5 : 0,7 + 1,1 : 0,1$ ;

$$e) \left( 7,5 + \frac{9}{4} + 3,25 \right) : 1,3;$$

$$f) \left( \frac{15}{100} + 0,8 \cdot 0,7 \right) : 7,1.$$

E: 8,164; 37,25; 6,9; 32,57; 100; 10; 0,1.

### 2. Több pozitív racionális szám számtani és súlyozott számtani közepe

**Több racionális szám számtani közepét** úgy számítjuk ki, hogy a számok összegét elosztjuk az összeadandók számával.

Példa: Számítsuk ki a  $\frac{3}{4}$ ,  $\frac{5}{12}$  és 0,4 számok számtani közepét!

$$m_a = \left( \frac{3}{4} + \frac{5}{12} + 0,4 \right) : 3 = \left( \frac{15}{4} + \frac{5}{12} + \frac{4}{10} \right) : 3 = \left( \frac{45}{60} + \frac{25}{60} + \frac{24}{60} \right) : 3 = \frac{94}{60} \cdot \frac{1}{3} = \frac{47}{90}.$$

**Több racionális szám súlyozott számtani közepét** úgy számítjuk ki, hogy a számokat megszorozzuk az adott súlyokkal, majd az így kapott számok összegét elosztjuk a súlyok összegével.

Példa: Mekkora Kati évi általánosa, ha 8 tantárgyból 10-esre, 3 tantárgyból 9-esre, 2 tantárgyból 8-asra és 1 tantárgyból 7-esre zárták le?

$$\text{Megoldás: } m_s = \frac{10 \cdot 8 + 9 \cdot 3 + 8 \cdot 2 + 7 \cdot 1}{8 + 3 + 2 + 1} = \frac{80 + 27 + 16 + 7}{14} = \frac{130}{14} = 9,28.$$

### Gyakorlatok

- Számítsd ki a következő számok számtani közepét!

- a) 3,2 és 4,8; E: 4. c) 2,9; 7,6 és 9,3; E: 6,6.  
 b) 6,25 és 4,15; E: 5,2. d) 2,7; 1,5; 6; 8 és 0,4. E: 3,72.  
 2. Három szám számtani közepe 8,4. A második szám 2-szer nagyobb, mint az első, és 0,8-del nagyobb, mint a harmadik. Melyek ezek a számok? E: 5,2; 10,4 és 9,6.

## ARÁNYOK ÉS ARÁNYPÁROK

### 1. Aránypárok, az aránypárok alaptulajdonsága, az ismeretlen tag kiszámítása

Két, egyenlőségjellel összekötött egyenlő arány aránypárt alkot. Példa:  $\frac{6}{8} = \frac{9}{12}$ . Általánosan:

$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ , ahol  $a, b, c, d \in \mathbb{Q}_+^*$ . Az aránypárok alaptulajdonsága: a kültagok szorzata egyenlő a beltagok szorzatával.  $a \cdot d = b \cdot c$ . A fenti aránypár esetén:  $6 \cdot 12 = 8 \cdot 9$ .  
 Ha egy aránypár egyik tagja ismeretlen, akkor az kiszámítható.

*Példák:*

- 1) Számítsuk ki  $x$  értékét az  $\frac{x}{4} = \frac{25}{5}$  aránypárból! Megoldás:  $x = \frac{4 \cdot 25}{5} = 20$ .  
 2) Számítsuk ki  $x$  értékét a  $\frac{4}{5} = \frac{8}{3x+1}$  aránypárból! Megoldás:  $3x+1 = \frac{5 \cdot 8}{4} \Rightarrow 3x+1 = 10 \Rightarrow x = 3$ .

### Feladatok

1. Számítsd ki az  $x$  értékét a következő aránypárokból:

- a)  $\frac{x}{25} = \frac{4}{10}$       b)  $\frac{8}{x} = \frac{4}{3}$       c)  $\frac{3}{20} = \frac{15}{x}$       d)  $\frac{x}{0,4} = \frac{0,25}{0,75}$   
 E: 10; 6; 100;  $\frac{2}{15}$ .

2. Határozd meg az  $a$  és  $b$  pozitív racionális számokat, ha tudod, hogy:

- a)  $a + b = 200$  és  $\frac{a}{b} = \frac{3}{7}$ ; E: 60; 140.      c)  $a - b = 540$  és  $\frac{a}{b} = \frac{11}{5}$ ; E: 990; 450.  
 b)  $a + b = 990$  és  $\frac{a}{b} = \frac{2}{9}$ ; E: 180; 810.      d)  $a^2 + b^2 = 400$  és  $\frac{a}{b} = \frac{3}{4}$ . E: 12; 16.

### 2. Egyenesen arányos mennyiségek, fordítottan arányos mennyiségek, egyszerű hármasszabály

#### *Egyenesen arányos mennyiségek*

*Két mennyiség egyenesen arányos, ha az egyik valahányszoros növekedése (csökkenése) maga után vonja a másik ugyanannyiszoros növekedését. (csökkenését)*

- Egy gépkocsi 60 km/h sebességgel haladva 2 óra alatt  $2 \cdot 60 = 120$  km-t, 6 óra alatt pedig  $6 \cdot 60 = 360$  km-t tesz meg. Állandó sebességgel haladva, az idő és a megtett út egyenesen arányos mennyiségek.

#### *Egy szám felosztása adott számokkal egyenesen arányos részekre*

- Három iskolába összesen 1620 darab almát szállítanak. Az elsőbe 120, a másodikba 180, a harmadikba pedig 240 tanuló jár. Hány almát kell szállítsanak az egyes iskoláknak?

*Megoldás:* Legyen  $x$  az első-,  $y$  a második-,  $z$  pedig a harmadik iskolába szállítandó almák száma. Az egyes iskoláknak vitt almák száma egyenesen arányos a tanulók számával. Tehát  $\frac{x}{120} = \frac{y}{180} = \frac{z}{240}$  és  $x + y + z = 1620$ . Az 1620-at fel kell osztani a 120, 180 és 240 számokkal egyenesen arányos részekre.

$\frac{x}{120} = \frac{y}{180} = \frac{z}{240} = k \Rightarrow x = 120k, y = 180k \text{ és } z = 240k \Rightarrow 120k + 180k + 240k = 1620 \Rightarrow 540k = 1620 \Rightarrow k = 3. x = 120 \cdot 3 = 360, y = 180 \cdot 3 = 540 \text{ és } z = 240 \cdot 3 = 720. \text{ Az első iskola } 360\text{-}, \text{ a második } 540\text{-}, \text{ a harmadik } 720 \text{ db. almát kap.}$

*Fordítottan arányos mennyiségek*

*Két mennyiség fordítottan arányos, ha az egyik valahányszoros növekedése maga után vonja a másik ugyanannyiszoros csökkenését.*

- o Egy gépkocsi egy távolságot 50 km/h sebességgel 4 óra alatt tesz meg. 100 km/h sebességgel 2 óra alatt tenné meg.

Tehát, egy adott távolság megtételéhez szükséges idő és a sebesség fordítottan arányos mennyiségek. A sebesség 2-szeres növekedése maga után vonja az idő 2-szeres csökkenését.

Felírhatjuk, hogy  $50 \cdot 4 = 100 \cdot 2 \Rightarrow \frac{50}{100} = \frac{2}{4}$  vagy  $\frac{50}{1} = \frac{100}{2}$ .

*Egy szám felosztása adott számokkal fordítottan arányos részekre*

- o Egy apa 110 szem cukorkát vásárolt 3 gyermekének, akik rendre 3-, 6-, illetve 9 évesek. A cukorkákat a gyerekek életkoraival fordítottan arányosan osztotta el. Hány szem cukorkát kaptak a gyerekek külön-külön?

*Megoldás:* Legyen  $x$  a 3 éves,  $y$  a 6 éves,  $z$  pedig a 9 éves gyerekeknek adott cukorkák száma. Felírhatjuk,

hogy  $x + y + z = 110$  és  $\frac{x}{3} = \frac{y}{6} = \frac{z}{9} = k \Rightarrow x = \frac{1}{3}k, y = \frac{1}{6}k \text{ és } z = \frac{1}{9}k \Rightarrow \frac{1}{3}k + \frac{1}{6}k + \frac{1}{9}k = 110 \Rightarrow$

$\frac{11}{18}k = 110 \Rightarrow k = \frac{110 \cdot 18}{11} = 180 \Rightarrow x = \frac{1}{3} \cdot 180 = 60, y = \frac{1}{6} \cdot 180 = 30, z = \frac{1}{9} \cdot 180 = 20. \text{ A 3 éves gyerek } 60 \text{ darabot, a 6 éves } 30 \text{ darabot, a 9 éves pedig } 20 \text{ szem cukorkát kapott.}$

*Egyszerű hármasszabály*

- o 3 kg alma 18 lejbe kerül. Mennyibe kerül 7 kg alma?

*Megoldás:* Az alma tömege és ára *egyenesen arányos* mennyiségek.

$$\begin{array}{l} 3 \text{ kg} \dots\dots\dots 18 \text{ lej} \\ 7 \text{ kg} \dots\dots\dots x \end{array}$$

$$\frac{3}{7} = \frac{18}{x} \Rightarrow x = \frac{7 \cdot 18}{3} = 42 \text{ lej.}$$

*Egyenes arányosság esetén az ismeretlent úgy számítjuk ki, hogy az átló mentén levő számok szorzatát osztjuk a harmadik számmal.*

- o 4 vízcsap 12 óra alatt tölt meg egy medencét. Hány óra alatt töltené meg ugyanezt a medencét 6 vízcsap?

*Megoldás:* A vízcsapok száma és az idő fordítottan arányos mennyiségek.

$$\begin{array}{l} 4 \text{ vízcsap} \dots\dots\dots 12 \text{ óra} \\ 6 \text{ vízcsap} \dots\dots\dots x \end{array}$$

$$\frac{4}{6} = \frac{x}{12} \Rightarrow x = \frac{4 \cdot 12}{6} = 8 \text{ óra alatt töltené meg a medencét.}$$

*Fordított arányosság esetén az ismeretlent úgy számítjuk ki, hogy a vízszintes mentén levő számok szorzatát osztjuk a harmadik számmal.*



## Feladatok

1. Határozd meg az  $a$  és  $b$  pozitív racionális számokat, ha tudod, hogy a számok egyenesen arányosak 3-mal és 5-tel, és  $2a + 3b = 84$ .  
E:  $a = 12$  és  $b = 20$ .
2. Határozd meg azokat az  $a$ ,  $b$  és  $c$  pozitív racionális számokat, amelyek egyenesen arányosak a 3; 6 és 9 számokkal, valamint
  - a)  $a + b + c = 270$ ; E:  $a = 45$ ,  $b = 90$  és  $c = 135$ .
  - b)  $ab + bc + ca = 891$ ; E:  $a = 9$ ,  $b = 18$  és  $c = 27$ .
  - c)  $abc = 1296$ . E:  $a = 6$ ,  $b = 12$  és  $c = 18$ .
3. Határozd meg az  $a$  és  $b$  pozitív racionális számokat, ha tudod, hogy a számok fordítottan arányosak 2-vel és 5-tel, és  $2a + 5b = 200$ .  
E:  $a = 50$  és  $b = 20$ .
4. Határozd meg az  $a$  és  $b$  pozitív racionális számokat, ha tudod, hogy a számok fordítottan arányosak 3-mal és 8-cal, és  $4a + 6b = 100$ .  
E:  $a = 16$  és  $b = 6$ .
5. Osszad fel a 3 600-at
  - a) 2-vel, 3-mal és 5-tel egyenesen arányos részekre; E: 720; 1080; 1800.
  - b) 4-gyel, 5-tel és 9-cel egyenesen arányos részekre; E: 800; 1000; 1800.
  - c) 2-vel, 3-mal és 6-tal fordítottan arányos részekre; E: 1800; 1200; 600.
  - d) 3-mal, 4-gyel és 6-tal fordítottan arányos részekre; E: 1600; 1200; 800.
6. 12 füzet 18 lejbe kerül. Mennyibe kerül 27 füzet? E: 40,5 lej.
7. 6 vízcsap 9 óra alatt tölt meg egy úszómedencét. Mennyi idő alatt töltené meg a medencét 4 vízcsap? E: 13,5 óra.
8. 8 munkás 20 nap alatt végezne el egy munkát. 5 nap múlva még jött 7 munkás. Hány nap alatt végezték el így a munkát? E:  $5 + 8 = 13$  nap.

## EGÉSZ SZÁMOK

### 1. Műveletek egész számokkal

Alkalmazzuk a természetes számoknál tanultakat, de vigyázni kell az előjelekre.

- 1)  $(-5) + (-3)^3 - 12 : (-4) + (-8) \cdot (+2) = -5 + (-27) + 3 + (-16) = -5 - 27 + 3 - 16 = -48 + 3 = -45$ .
- 2)  $(-375) : (-5)^3 \cdot (-9) - (-10)^7 : (-10)^5 - [(-2)^2]^3 = (-375) : (-125) \cdot (-9) - (-10)^2 - (-2)^6 = 3 \cdot (-9) - 100 - 64 = -27 - 164 = -191$ .
- 3)  $\{ [20 : (-4)]^{12} : 25^5 - 36 \} \cdot (-4)^2 - (-3^2) = (5^{12} : 5^{10} - 36) \cdot 16 + 9 = (25 - 36) \cdot 16 + 9 = -11 \cdot 16 + 9 = -176 + 9 = -167$ .

## Feladatok

Számítsd ki!

1.  $(-2) + (-2) - (-2) \cdot (-2) : (-2)$
2.  $(-4) \cdot (-9) + 72 : (-8) + (-3)^7 : (-3)^4$
3.  $2 \cdot (-4) - 3 \cdot (-4)^2 - 4 \cdot (-4)^3$
4.  $3 \cdot 10^2 - 2^4 \cdot 5 : (-3 \cdot 2^4 + 2^3)$
5.  $-37 \cdot [-10 - 10 : (-2)]^2$ ;
6.  $(-3)^4 - \{ (-3)^3 - [(-3)^2 - (-3)] \}$ ;
7.  $150 : (-30) - 20 \cdot (-2) - (-10)^3 : (-10)^4$

E: -2; 0; 200; 302; -925; 120; 45.

### 2. Egyenletek és egyenlőtlenségek az egész számok halmazán

Oldd meg a következő egyenletet az egész számok halmazán:

$$\begin{array}{ll}
 -3 \cdot (2x - 6) = 2 \cdot (5 - x) & \text{Elvégeztük a szorzásokat} \\
 -6x + 18 = 10 - 2x & \text{Rendeztük a tagokat} \\
 -6x + 2x = 10 - 18 & \text{Összevontunk.} \\
 -4x = -8 & | : (-4) \quad \text{Osztottunk} \\
 x = 2 & 2 \in \mathbb{Z} \Rightarrow \text{a 2 megoldás} \\
 M = \{2\}. & 
 \end{array}$$

Oldjuk meg a következő egyenlőtlenségeket a  $\mathbb{Z}$  halmazon!

$$4 \cdot (2x - 1) - 5 \geq 3 \cdot (4x - 2) + 9$$

$$8x - 4 - 5 \geq 12x - 6 + 9$$

$$8x - 9 \geq 12x + 3$$

$$-4x \geq 12 \quad | :(-4)$$

$$x \leq -3 \quad \text{Változott az egyenlőtlenség iránya!}$$

$$M = \{\dots -5, -4, -3\}.$$

### Feladatok

Oldd meg az egész számok halmazán:

$$1) \quad 3x + 8 = -28;$$

$$E: -12.$$

$$3) \quad -7x - 28 < 35;$$

$$E: \{-9; -8; \dots\}.$$

$$2) \quad 5 \cdot (x - 2) - 3 = 14 - 2 \cdot (x + 3);$$

$$E: 3.$$

$$4) \quad |x| < 2.$$

$$E: \{-1; 0; 1\}.$$

## A VALÓS SZÁMOK HALMAZA

### 1. Négyzetgyökvonás

Vonjunk négyzetgyököt néhány számból! Kövessük az eljárást!

1.) A számot hátulról kezdve kettős számcsoportokra osztjuk.

$$\begin{array}{r} \sqrt{5'47'56} \quad | \quad 234 \\ \underline{4} \phantom{00} \\ 1 \phantom{00} 47 \\ \underline{1} \phantom{00} 29 \\ = 18 \phantom{00} 56 \\ \underline{18} \phantom{00} 56 \\ ===== \end{array} \quad \begin{array}{l} 43 \cdot 3 \\ 464 \cdot 4 \end{array}$$

Megkeressük az első csoport lekerekített négyzetgyökét. Ez a 2, amit az eredményben a vízszintes vonal fölé írunk.  $2^2 = 4$ ,  $5 - 4 = 1$ . Az 1-es mellé lehozzuk a következő számcsoportot, a 47-t és kapjuk a 147-t. Vesszük a 2 kétszeresét, ez a 4. Ezt a 2 alá írjuk. Letakarjuk a 147 utolsó számjegyét, és megnézzük, hogy 14-ben a 4 hányszor van meg.  $14 : 4 = 3$ . A 3-at leírjuk a 4 mellé, és szorzunk 3-mal.  $43 \cdot 3 = 129$ . Ezt a 147 alá írjuk, kivonjuk belőle és kapjuk a 18-at. A 3-at leírjuk az eredménybe a 2 mellé. Lehozzuk a 56-ot a 18 mellé, így kapjuk a 1856-ot. Vesszük a 23-nak a 2-szeresét,  $23 \cdot 2 = 46$ ,

letakarjuk az 1856 utolsó számjegyét és megnézzük, hogy a 46 hányszor van meg a 185-ben. Ez 4 ( $185 : 46 = 4$ ). Leírjuk a 4-et a 46 mellé és szorzunk 4-el ( $464 \cdot 4 = 1856$ ). A kapott számot leírjuk az 1856 alá és kivonjuk belőle. A gyökvonás maradék nélküli. Tehát,  $\sqrt{54756} = 234$

*Törtből úgy vonunk négyzetgyököt, hogy a számlálóból és a nevezőből külön-külön gyököt vonunk.*

$$\sqrt{\frac{9}{25}} = \frac{\sqrt{9}}{\sqrt{25}} = \frac{3}{5}; \quad \sqrt{\frac{1}{10000}} = \frac{\sqrt{1}}{\sqrt{100^2}} = \frac{1}{100}; \quad \sqrt{\frac{50^2}{18}} = \sqrt{\frac{25}{9}} = \frac{5}{3}.$$

*Szorzatból úgy vonunk négyzetgyököt, hogy a szorzat minden tényezőjéből gyököt vonunk.*

$$1) \quad \sqrt{36 \cdot 49} = \sqrt{36} \cdot \sqrt{49} = 6 \cdot 7 = 42;$$

$$2) \quad \sqrt{72 \cdot 50} = \sqrt{36 \cdot 2 \cdot 50} = \sqrt{36 \cdot 100} = \sqrt{36} \cdot \sqrt{100} = 6 \cdot 10 = 60.$$

*Hatvány négyzetgyökét a következőképpen számítjuk ki:*

$$\sqrt{7^{28}} = \sqrt{(7^{14})^2} = 7^{14} \quad \sqrt{7^{28}} = \sqrt{(7^{14})^2} = 7^{14}; \quad \sqrt{5^{13}} = \sqrt{5^{12} \cdot 5} = 5^6 \cdot \sqrt{5}.$$

### Feladatok

1. Számítsd ki:

$$a) \quad \sqrt{2500}, \sqrt{11881}, \sqrt{3364}, \sqrt{6,25}, \sqrt{9,61}, \sqrt{20,25};$$

$$E: 50; 109; 58; 2,5; 3,1; 4,5.$$

$$b) \quad \sqrt{\frac{4}{9}}, \sqrt{\frac{16}{25}}, \sqrt{\frac{50}{98}}, \sqrt{\frac{27}{48}}, \sqrt{25 \cdot 400}, \sqrt{81 \cdot 64}, \sqrt{196 \cdot 100};$$

$$E: \frac{2}{9}, \frac{4}{5}, \frac{5}{7}, \frac{3}{4}, 100; 72; 140.$$

### 2. Számítási szabályok négyzetgyökökkel

*Tényező kiemelése a gyökjel elé*

$$1) \quad \sqrt{18} = \sqrt{9 \cdot 2} = 3\sqrt{2};$$

$$2) \quad \sqrt{700} = \sqrt{100 \cdot 7} = 10\sqrt{7}; \quad 3) \quad \sqrt{(-7)^2 \cdot 2} = |-7| \cdot \sqrt{2} = 7\sqrt{2}.$$

Tényező bevitele a gyökjel alá

$$1) 2\sqrt{7} = \sqrt{2^2 \cdot 7} = \sqrt{28};$$

$$2) -7\sqrt{5} = -\sqrt{7^2 \cdot 5} = -\sqrt{49 \cdot 5} = -\sqrt{245}.$$

Tört nevezőjének gyöktelenítése

$$1) \frac{\sqrt[5]{6}}{\sqrt{3}} = \frac{6\sqrt{3}}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}} = \frac{6\sqrt{3}^{(3)}}{3} = 2\sqrt{3}.$$

$$2) \frac{10\sqrt{2}}{\sqrt{50}} = \frac{10\sqrt{2}}{5\sqrt{2}} = \frac{10}{5} = 2.$$

Műveletek valós számokkal

$$1) -3\sqrt{2} + 4 - 7\sqrt{2} + 12 + 2\sqrt{2} + 3\sqrt{3} - 15 = -8\sqrt{2} + 3\sqrt{3} + 1.$$

$$2) (-4\sqrt{2}) \cdot (-3\sqrt{8}) = +12\sqrt{16} = 12 \cdot 4 = 48.$$

$$3) (-27\sqrt{24}) : (+9\sqrt{2}) = -3\sqrt{12} = -3 \cdot 2\sqrt{3} = -6\sqrt{3}.$$

$$4) (-36\sqrt{6} + 27\sqrt{15} - 9\sqrt{24}) : (-3\sqrt{3}) = 12\sqrt{2} - 9\sqrt{5} + 6\sqrt{2} = 18\sqrt{2} - 9\sqrt{5}.$$

$$5) \left(-\frac{2}{3}\sqrt{5}\right)^2 = \left(-\frac{2}{3}\right)^2 \cdot (\sqrt{5})^2 = \frac{4}{9} \cdot 5 = \frac{20}{9} = 2\frac{2}{9}.$$

$$6) (\sqrt{3})^5 \cdot (\sqrt{3})^7 = (\sqrt{3})^{5+7} = (\sqrt{3})^{12} = (\sqrt{9})^6 = 3^6.$$

$$7) (\sqrt{2})^8 : (\sqrt{2})^5 = (\sqrt{2})^{8-5} = (\sqrt{2})^3.$$

$$8) \left[(\sqrt{5})^3\right]^2 = (\sqrt{5})^{3 \cdot 2} = (\sqrt{5})^6 = 5^3 = 125.$$

**Feladatok**

Számítsd ki:

$$1) -7\sqrt{5} - (10\sqrt{2} - 7\sqrt{5}) + 10\sqrt{2}$$

$$2) 2\sqrt{3} - 3\sqrt{8} : (-3\sqrt{2}) - \sqrt{12}$$

$$3) \sqrt{32} - \sqrt{50} + \sqrt{18}$$

$$4) (-2\sqrt{2}) \cdot 8\sqrt{2} - 16\sqrt{3} : (-4\sqrt{3})$$

$$5) \sqrt{2} \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{6}$$

$$6) \sqrt{20} + \sqrt{20} : \sqrt{20} - \sqrt{20} \cdot \sqrt{20}$$

$$7) -2\sqrt{3} \cdot (-3\sqrt{12})$$

$$8) \sqrt{27} \cdot \sqrt{3} - \sqrt{18} : 3 + (3\sqrt{2})^3 : (-\sqrt{2})$$

$$9) -12\sqrt{2} : (+3\sqrt{2})$$

$$10) 16\sqrt{2} : (-2\sqrt{2})^2 - (3\sqrt{2})^4 : (3\sqrt{2})^2 + 18$$

$$11) \sqrt{48} : (-2\sqrt{3})$$

$$12) 2\sqrt{5} \cdot (\sqrt{5} - 2\sqrt{20}) - 3\sqrt{2} \cdot (2\sqrt{18} - 3\sqrt{50})$$

E: 0;  $2\sqrt{2}$ ; 6; 36; -4; -2; 2; -28;  $2\sqrt{5} - 19$ ;  $-45 - \sqrt{2}$ ;  $2\sqrt{2}$ ; 24.

3. Számítási és mértani közép

Számítási közép. Ha  $a_1, a_2, \dots, a_n \in \mathbb{R}$ , akkor  $m_a = \frac{a_1 + a_2 + \dots + a_n}{n}$ .

Két pozitív valós szám mértani közepe egyenlő a két szám szorzatának négyzetgyökével.

Ha  $a, b \in \mathbb{R}_+$ , akkor  $m_g = \sqrt{a \cdot b}$ . Ha  $a, b \in \mathbb{R}_+$  és  $a \leq b$ , akkor  $a \leq m_g \leq m_a \leq b$ .

*Példák:*

$$1) \text{ Ha } a = 18 \text{ és } b = 2, \text{ akkor } m_a = \frac{18+2}{2} = 10 \text{ és } m_g = \sqrt{18 \cdot 2} = \sqrt{36} = 6.$$

2) Ha  $a = 3\sqrt{2}$  és  $b = 9\sqrt{2}$ , akkor  $m_a = \frac{3\sqrt{2} + 9\sqrt{2}}{2} = \frac{12\sqrt{2}}{2} = 6\sqrt{2}$  és  $m_g = \sqrt{3\sqrt{2} \cdot 9\sqrt{2}} = 3\sqrt{6}$ .

### Feladatok

Számítsd ki a következő számok számtani és mértani közepét:

- a) 5 és 20                      c) 2 és 8                      e)  $4\sqrt{2}$  és  $2\sqrt{2}$ ;                      g)  $\sqrt{2}+1$  és  $\sqrt{2}-1$ .  
 b)  $2\sqrt{3}$  és 24                      d)  $2\sqrt{3}$  és  $8\sqrt{3}$                       f)  $\sqrt{72}$  és  $\sqrt{32}$ ;

E: a) 12,5; 10 b) 15; 12 c) 5; 4 d)  $5\sqrt{3}$ ;  $4\sqrt{3}$  e)  $3\sqrt{2}$ ; 4 f)  $5\sqrt{2}$ ;  $4\sqrt{3}$  g)  $\sqrt{2}$ ; 1

## ALGEBRAI SZÁMÍTÁSOK

### 1. Műveletek betűkkel jelölt valós számokkal

#### Összeadás és kivonás

- 1)  $(-9a + 25b - ab) + (-3ab - 5a - 25b) = -9a + 25b - ab - 3ab - 5a - 25b = -14a - 4ab$ .  
 2)  $(-8a^2b + 7ab^2) - (-3ab^2 - 7a^2b + 2) = -8a^2b + 7ab^2 + 3ab^2 + 7a^2b - 2 = -a^2b + 10ab^2 - 2$ .

#### Szorzás

- 1)  $-3x^2y \cdot (-6x^3y^4) = 18x^5y^5$ . (azonos alapú hatványok szorzása)  
 2)  $(-7x + 13y) \cdot (-2xy) = (-7x)(-2xy) + 13y \cdot (-2xy) = 14x^2y - 26xy^2$ .  
 3)  $(3x - 5y)(2y - 6x) = 6xy - 18x^2 - 10y^2 + 30xy = 36xy - 18x^2 - 10y^2$ .

#### Osztás

- 1)  $-8x^5 : (+4x^2) = [(-8) : (+4)] \cdot (x^5 : x^2) = -2x^3$ .  
 2)  $(6x^5 - 9x^4) : (-3x^2) = (6x^5) : (-3x^2) + (-9x^4) : (-3x^2) = -2x^3 + 3x^2$ .

#### Hatványozás

- 1)  $(-3x^5)^3 = (-3)^3 \cdot (x^5)^3 = -27x^{15}$ .  
 2)  $\left(-\frac{4}{7}x^2y^5\right)^2 = \left(-\frac{4}{7}\right)^2 \cdot (x^2y^5)^2 = \frac{16}{49}x^4y^{10}$ .

#### A műveletek elvégzésének sorrendje

- 1)  $3x \cdot (5x - 2) + 4x \cdot (3 - 2x) - 6x^3 : (-2x) = 15x^2 - 6x + 12x - 8x^2 + 3x^2 = 10x^2 + 6x$ .  
 2)  $-25x + (-3x)^2 - (4x^3 + 8x^2) : (-4x^2) - (2x)^4 : (2x)^2 = -25x + 9x^2 + x + 2 - 4x^2 = 5x^2 - 24x + 2$ .

### Feladatok

1. Bontsd fel a zárójeleket, majd vond össze az egynevéű tagokat:

- a)  $(3x - 5y) + (-12x + y)$ ;                      c)  $4x - [4x - (4x - 2)]$ ;  
 b)  $(8x - 20y) - (5x - 3y)$ ;                      d)  $3x - 2 - [4x - 3 - (5x - 4)]$ .

2. Végezd el a következő szorzásokat:

- a)  $-6x \cdot (-2y)$ ;                      d)  $(-12x + 5y) \cdot (-2xy)$ ;  
 b)  $7y \cdot (-5x)$ ;                      e)  $(3x + 5y)(2x - 3y)$ ;  
 c)  $-4x \cdot (5 - 3x)$ ;                      f)  $(x^2 + x + 1)(x - 1)$ .

3. Végezd el a következő osztásokat, ahol  $a, b, x, y \in \mathbb{R}^*$ :

- a)  $12x^3y^2 : (-4xy^2)$ ;                      b)  $-16a^4b^7 : (-8b^3)$ ;

$$c) (8a^2 - 12a) : (-4a);$$

$$d) (-9x^3y^2 + 6x^4y^3) : (-3x^2y^2).$$

4. Számítsd ki:

$$a) 4y \cdot (2-x) - 3x \cdot (5-y) + xy$$

$$d) \frac{1}{3} \cdot (15x - 21y) + \frac{1}{4} \cdot (12x - 20y) + \frac{1}{2} \cdot (4y - 8x)$$

$$b) (x+2)(x+5) + (x-4)(x-3)$$

$$c) \{[(x-1) \cdot 2 - 3x] \cdot 3 - 4x\} \cdot (-1)$$

$$e); (6x^3 - 12x^2) : (-3x^2) + (20x^3 - 35x^2 + 40x) : (5x)$$

## 2. Rövidített számítási képletek

### I. Két szám összegének négyzete

$$\text{Ha } a, b \in \mathbb{R}, \text{ akkor } (a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2.$$

$$1) \left( \frac{2x}{a} + \frac{3y}{b} \right)^2 = \left( \frac{2x}{a} \right)^2 + 2 \cdot \frac{2x}{a} \cdot \frac{3y}{b} + \left( \frac{3y}{b} \right)^2 = 4x^2 + 12xy + 9y^2.$$

$$2) 23^2 = (20+3)^2 = 20^2 + 2 \cdot 20 \cdot 3 + 3^2 = 400 + 120 + 9 = 529. \text{ (Így számolhatunk fejben!)}$$

### II. Két szám különbségének négyzete

$$\text{Ha } a, b \in \mathbb{R}, \text{ akkor } (a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2.$$

$$1) \left( \frac{5x}{a} - \frac{7}{b} \right)^2 = \left( \frac{5x}{a} \right)^2 - 2 \cdot \frac{5x}{a} \cdot \frac{7}{b} + \frac{7^2}{b^2} = 25x^2 - 70x + 49.$$

$$2) (\sqrt{2}x - \sqrt{3}y)^2 = (\sqrt{2}x)^2 - 2\sqrt{2}x\sqrt{3}y + (\sqrt{3}y)^2 = 2x^2 - 2\sqrt{6}xy + 3y^2.$$

$$3) 19^2 = (20-1)^2 = 20^2 - 2 \cdot 20 \cdot 1 + 1^2 = 400 - 40 + 1 = 361.$$

### III. Két szám összegének és különbségének szorzata

$$\text{Ha } a, b \in \mathbb{R}, \text{ akkor } (a-b)(a+b) = a^2 - b^2.$$

$$1) \left( \frac{3x}{a} + \frac{2y}{b} \right) \left( \frac{3x}{a} - \frac{2y}{b} \right) = \left( \frac{3x}{a} \right)^2 - \left( \frac{2y}{b} \right)^2 = 9x^2 - 4y^2.$$

$$2) 18 \cdot 22 = (20-2)(20+2) = 20^2 - 2^2 = 400 - 4 = 396.$$

### IV. Három szám összegének négyzete

$$\text{Ha } a, b, c \in \mathbb{R}, \text{ akkor } (a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc.$$

$$1) \left( \frac{2x}{a} + \frac{3y}{b} + \frac{c}{c} \right)^2 = \left( \frac{2x}{a} \right)^2 + \left( \frac{3y}{b} \right)^2 + \frac{1^2}{c^2} + 2 \cdot \frac{2x}{a} \cdot \frac{3y}{b} + 2 \cdot \frac{2x}{a} \cdot \frac{1}{c} + 2 \cdot \frac{3y}{b} \cdot \frac{1}{c} =$$

$$= 4x^2 + 9y^2 + 1 + 12xy + 4x + 6y.$$

## Feladatok

1. Számítsd ki a képletek segítségével:

$$a) (2x+3)^2;$$

$$g) \left( \frac{2}{5}a + \frac{5}{2}b \right)^2;$$

$$j) (0,25x + 0,75)^2;$$

$$b) (5a+2b)^2;$$

$$k) (3\sqrt{3} - 2\sqrt{2})^2;$$

$$c) (2x-3)^2;$$

$$h) \left( \frac{2}{3}x - \frac{3}{2}a \right)^2;$$

$$l) (2x+3y+5z)^2;$$

$$d) (6a-5b)^2;$$

$$i) \left( 4x - \frac{1}{2} \right) \left( 4x + \frac{1}{2} \right);$$

$$m) (9x-2y-3z)^2.$$

$$e) (2x-3)(2x+3);$$

$$f) (4a-3b)(4a+3b);$$

2. Adott az  $E(x) = x^2 + 6x + 9$  algebrai kifejezés, ahol  $x$  valós szám.

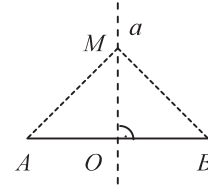
- a) Számítsd ki az  $E(0)$ ,  $E(-3)$ ,  $E(1)$  és  $E(3)$  értékeket!  
 b) Melyik  $x$  értékre lesz a kifejezés értéke minimális, és miért?  
 c) Oldd meg az  $E(x) = 0$  egyenletet, ahol  $x \in \mathbb{R}$ !
3. Adottak az  $A = 2^2 + 4^2 + \dots + 2020^2$  és  $B = 1^2 + 3^2 + \dots + 2019^2$  számok.  $A - B = ?$   
 4. Igazold, hogy az  $E(x) = (2x - 3)^2 + 2(2x - 3)(1 - 2x) + (1 - 2x)$ ,  $x \in \mathbb{R}$  kifejezés értéke állandó, azaz nem függ  $x$  értékétől!  
 5. Számítsd ki az  $E(x) = |x - 3| + |x - 5|$  kifejezés értékét, ha  $x \in (3; 5)$ .

## MÉRTAN

### 1. SZAKASZ FELEZŐMERŐLEGESE

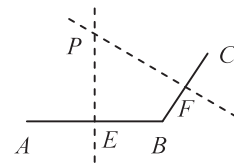
– Egy szakasz felezőmerőlegese egy olyan egyenes, amely merőleges a szakaszra, és átmegy a szakasz felezőpontján. ( $[AB]$  felezőmerőlegese az  $a$ )

Tulajdonság: a felezőmerőleges bármely pontja egyenlő távolságra van a szakasz végpontjaitól. (és fordítva) .....  $M \in a \Leftrightarrow [MA] \equiv [MB]$ .



#### Feladatok

1. Az  $A, B, C$  és  $D$  kollineáris pontok ebben a sorrendben úgy, hogy  $[AC] \equiv [BD]$ . Igazold, hogy az  $AD$  és  $BC$  szakaszok felezőmerőlegesei egybeesnek! (Utm: a felezőpontjaik egybeesnek)  
 2. Az ábrán látható  $AB$  és  $BC$  szakaszok felezőmerőlegesei a  $P$  pontban metszik egymást. Igazold, hogy:  
 a) a  $PAC \triangle$  egyenlő szárú; (Utm:  $[PA] \equiv [PB] \equiv [PC]$ )  
 b)  $m(\widehat{APC}) = 2 \cdot m(\widehat{EPF})$ ! (Utm:  $PE$  az  $APB$  szög szögfelezője)



### 2. SZÖGEK

#### a) Egy szög szögfelezője

– A szög csúcsából kiinduló olyan félegyenes, amely a szög száraival kongruens szögeket alkot.

Tulajdonság: a szögfelező bármely pontja egyenlő távolságra van a szög száraitól (és fordítva), vagyis  $M \in (OX \Leftrightarrow [ME] \equiv [MF])$ .

b) Pótszögek: két olyan szög, amelyek mértékeinek összege  $90^\circ$ .

c) Kiegészítő szögek: két olyan szög, amelyek mértékeinek összege  $180^\circ$ .

#### d) Párhuzamos szárú szögek:

– Két olyan szög, amelyeknek szárai párhuzamosak egymással.

Tulajdonság:

– A párhuzamos szárú szögek kongruensek, vagy kiegészítő szögek.

$$\triangleright \widehat{AOB} \equiv \widehat{A'O'B'};$$

$$\triangleright m(\widehat{AOB}) + m(\widehat{A''O''B''}) = 180^\circ.$$

#### e) Merőleges szárú szögek

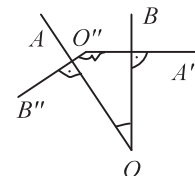
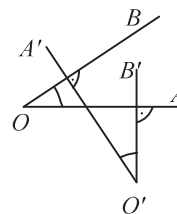
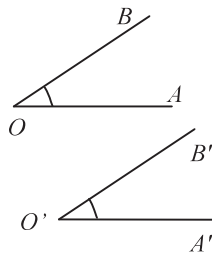
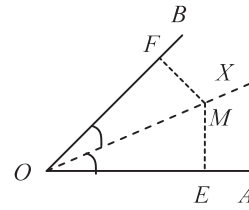
– Két olyan szög, amelyeknek a szárai merőlegesek egymásra.

Tulajdonság:

– A merőleges szárú szögek kongruensek, vagy kiegészítő szögek.

$$\triangleright \widehat{AOB} \equiv \widehat{A'O'B'};$$

$$\triangleright m(\widehat{AOB}) + m(\widehat{A''O''B''}) = 180^\circ.$$



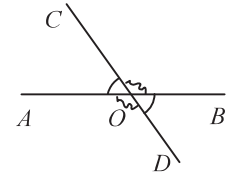


f) Csúcsszögek

Két olyan szöget, amelyeknek csúcsuk közös és a száraik egymás meghosszabbításába esnek, csúcsszögeknek nevezünk.

$\widehat{AOC} \equiv \widehat{BOD}$ , mert mindkét szögnek ugyanaz a kiegészítő szöge, a  $\widehat{COB}$ . Ebből egy fontos tulajdonság következik: *A csúcsszögek kongruensek egymással.*

Az ábrán más csúcsszögpárt is látunk:  $\widehat{COB}$  és  $\widehat{AOD} \Rightarrow \widehat{COB} \equiv \widehat{AOD}$ .



**Feladatok**

1. Az ábrán ( $OC$  az  $\widehat{AOB}$ , ( $OD$  pedig a  $\widehat{BOC}$  szögfelezője. Számítsd ki a  $\widehat{DOC}$  szög mértékét, ha:

a)  $m(\widehat{AOB}) = 84^\circ$ ;

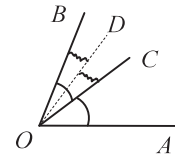
E:  $21^\circ$ .

b)  $m(\widehat{BOC}) = 68^\circ$ ;

E:  $34^\circ$ .

c)  $m(\widehat{AOD}) = 150^\circ$ .

E:  $50^\circ$ .



2. Az  $\widehat{AOB}$  és  $\widehat{BOC}$  egymás melletti szögek. Számítsd ki a két szög szögfelezője által közrezárt szög mértékét, ha:

a)  $m(\widehat{AOB}) = 48^\circ$  és  $m(\widehat{BOC}) = 68^\circ$ ;

b)  $m(\widehat{AOB}) = 50^\circ$  és  $m(\widehat{AOC}) = 100^\circ$ .

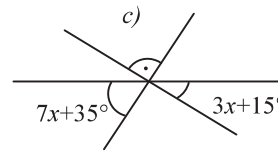
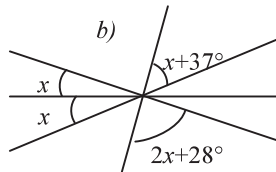
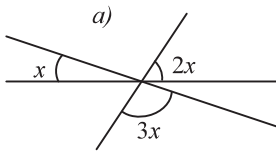
3. Négy egymás melletti szög együtt egyenesszöveget alkot. Mindegyik szög mértéke az előzőnél  $10^\circ$ -kal nagyobb. Számítsd ki a szögek mértékét!

E:  $30^\circ, 40^\circ, 50^\circ, 60^\circ$ .

4. Határozd meg két egyenes metszésekor keletkezett szögek mértékét, ha az egyik szög mértéke

a)  $30^\circ$ ; b)  $42^\circ$ ; c)  $75^\circ$ . Nevezd meg a keletkezett csúcsszögpárokat!

5. Számítsd ki az  $x$  értékét a következő ábrák esetén!



6. Számítsd ki a következő szögek pótszögét:  $47^\circ$ ,  $53^\circ 42'$ ,  $75^\circ$ ,  $12^\circ 25'$ ,  $72^\circ 48'$ .

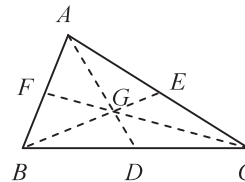
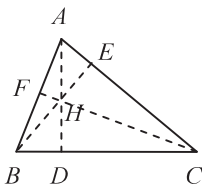
7. Számítsd ki a következő szögek kiegészítő szögét:  $125^\circ$ ,  $49^\circ$ ,  $115^\circ 20'$ ,  $12^\circ 25'$ .

**3. HÁROMSZÖGEK**

1. Nevezetes vonalak

a) *magasságok*:  $AD$ ,  $BE$  és  $CF$ .

b) *oldalfelvezők*:  $AD$ ,  $BE$  és  $CF$ .



$AD \perp BC$ ,  $BE \perp AC$  és  $CF \perp AB$ .

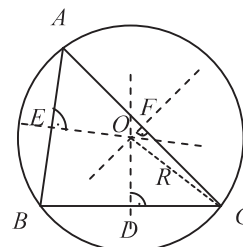
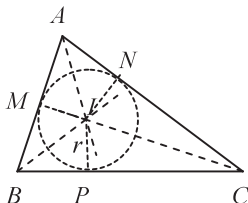
$[AF] \equiv [FB]$ ,  $[BD] \equiv [DC]$  és  $[CE] \equiv [EA]$ .

$H$  – magasságpont. (*ortocentrum*)

$G$  – súlypont,  $AG = 2 GD$ ,  $GD = \frac{1}{3} AD$ .

c) *szögfelezők*: ( $AI$ , ( $BI$  és ( $CI$ .

d) *oldalfelvező merőlegesek*:  $OD$ ,  $OE$  és  $OF$ .



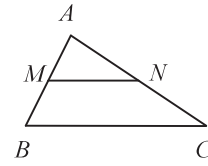
- $I$  – a szögfelezők metszéspontja, azaz a háromszögbe írt kör középpontja.
- $IP = r$  – a háromszögbe írt kör sugara.
- $M, N, P$  – érintési pontok.

- $O$  – az oldalfelező merőlegesek metszéspontja.
- $O$  – az  $ABC_{\Delta}$  köré írt kör középpontja.
- $R$  – a háromszög köré írt kör sugara.

### 2. A háromszög középvonala

- $[MN]$  – az  $ABC$  háromszög középvonala.
- $[AM] \equiv [MB]$  és  $[AN] \equiv [NC]$ .

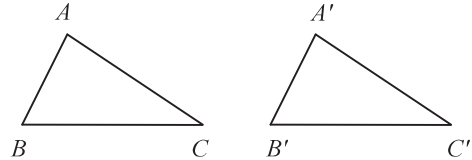
Tulajdonságok:  $MN \parallel BC$  és  $MN = \frac{BC}{2}$ .



### 3. Kongruencia-esetek

$ABC_{\Delta} \equiv A'B'C'_{\Delta}$ , ha:

- I. e:  $[AB] \equiv [A'B']$ ,  $[BC] \equiv [B'C']$  és  $\widehat{B} \equiv \widehat{B}'$ . (o.sz.o.)
- II. e:  $[BC] \equiv [B'C']$ ,  $\widehat{B} \equiv \widehat{B}'$  és  $\widehat{C} \equiv \widehat{C}'$ . (sz.o.sz.)
- III. e:  $[AB] \equiv [A'B']$ ,  $[BC] \equiv [B'C']$  és  $[AC] \equiv [A'C']$ . (o.o.o.)



### Feladatok

1. Az ábrán  $[AD] \equiv [BC]$  és  $\widehat{A} \equiv \widehat{B}$ . Bizonyítsd be, hogy:

a)  $[AC] \equiv [BD]$ ;

Utm:  $DAB_{\Delta} \equiv CBA_{\Delta}$



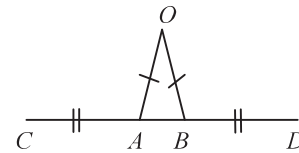
b)  $\widehat{ADB} \equiv \widehat{ACB}$ ! Utm: kongruens háromszögek megfelelő szögei.

2. Az ábrán  $[CA] \equiv [BD]$  és  $[OA] \equiv [OB]$ . Igazold, hogy:

a) az  $OCD_{\Delta}$  egyenlő szárú;

b)  $\widehat{COB} \equiv \widehat{DOA}$ .

Utm:  $AOC_{\Delta} \equiv BOD_{\Delta}$



3. Az  $A$ -ban derékszögű  $ABC_{\Delta}$ -ben vedd fel a  $(BD)$  szögfelezőt,  $D \in (AC)$  és a  $DE \perp BC$  egyenest,  $E \in (BC)$ . Bizonyítsd be, hogy:

a)  $[AD] \equiv [DE]$ ;

b)  $BD$  az  $[AE]$  felezőmerőlegese.

4. Az  $ABC$  egyenlő szárú háromszögben  $[AB] \equiv [AC]$ ,  $(AD)$  szögfelező és  $D \in [BC]$ . Igazold, hogy  $(AD)$  az  $ABC_{\Delta}$ -ben magasság is, és oldalfelező is!

5. Egy háromszög oldalainak hossza rendre 18 cm, 24 cm és 10 cm. Számítsd ki a háromszög középvonalainak hosszát!

6. Egy egyenlő oldalú háromszög egyik középvonalának hossza 10 cm. Mekkora a háromszög kerülete?

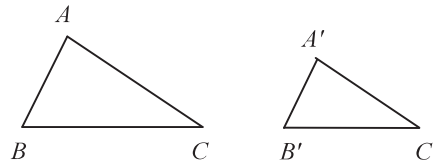
### 4. Hasonlósági esetek

$ABC_{\Delta} \sim A'B'C'_{\Delta}$ , ha:

- I. eset:  $\widehat{A} \equiv \widehat{A}'$  és  $\widehat{B} \equiv \widehat{B}'$ . (2-2 szögük kongruens)

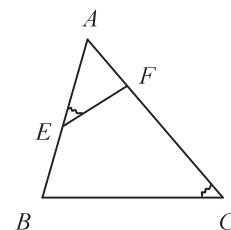
- II. eset:  $\frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'}$  és  $\widehat{B} \equiv \widehat{B}'$ . (2-2 oldaluk arányos és a közrezárt szögük kongruens)

- III. eset:  $\frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'} = \frac{AC}{A'C'}$ . (az oldalai páronként arányosak)



### Feladatok

1. Az  $ABC_{\Delta}$  oldalainak hossza 10 cm, 18 cm és 16 cm, az  $MNP_{\Delta}$  oldalainak hossza pedig 27 cm, 15 cm és 24 cm. Igazold, hogy a két háromszög hasonló!



2. Az ábrán látható  $ABC_{\Delta}$ -ben  $E \in (AB)$  és  $F \in (AC)$  úgy, hogy  $\widehat{AEF} \equiv \widehat{ACB}$ . Tudjuk, hogy  $AE = 6$  cm,  $AF = 4$  cm,  $EF = 3$  cm és  $AB = 12$  cm.

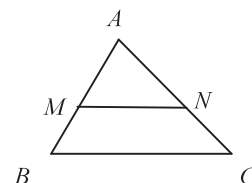
a) Igazold, hogy  $AEF_{\Delta} \sim ACB_{\Delta}$ !

b) Számítsd ki az  $ABC_{\Delta}$  területét!

### 5. Thalész tétele

A háromszög egyik oldalával húzott párhuzamos egyenes, a másik két oldalt arányos részekre osztja. Ha  $MN \parallel BC \Rightarrow \frac{AM}{MB} = \frac{AN}{NC}$  vagy  $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$ .

Fordított tétel: Ha  $\frac{AM}{MB} = \frac{AN}{NC} \Rightarrow MN \parallel BC$ .



### 6. A hasonlóság alaptétele:

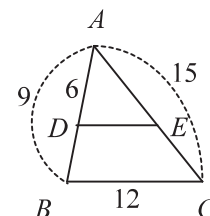
Az előző ábra jelöléseivel: ha  $MN \parallel BC \Rightarrow \frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$ .

#### Alkalmazás

Az ábrán látható  $ABC_{\Delta}$ -ben  $DE \parallel BC$ ,  $AD = 6$  cm,  $AB = 9$  cm,  $BC = 12$  cm és  $AC = 15$  cm. Számítsuk ki az  $AE$ ,  $EC$ ,  $DB$  és  $DE$  szakaszok hosszát!

Meg: Thalész tétele alapján  $\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} \Rightarrow \frac{6}{9} = \frac{AE}{15} \Rightarrow AE = 10$  cm,  $EC = 5$  cm.

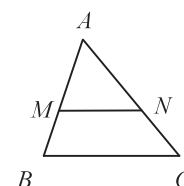
A hasonlóság alaptétele szerint:  $\frac{AD}{AB} = \frac{DE}{BC} \Rightarrow \frac{6}{9} = \frac{DE}{12} \Rightarrow DE = 8$  cm.



### Feladatok

1. Az ábrán látható  $ABC_{\Delta}$ -ben  $M \in (AB)$  és  $N \in (AC)$  úgy, hogy  $MN \parallel BC$ . Egészítsd ki a következő táblázatot! (A szakaszok hosszai méterben vannak kifejezve)

	AB	AC	BC	AM	AN	MN	MB	NC
a			13,5	6	8	9		
b					3	6	8	6
c			21			7	6	16
d	12			4		6		16



2. Az  $ABCD$  trapézban  $AB \parallel CD$  és  $AC \cap BD = \{O\}$ . Számítsd ki az  $AO$ ,  $OC$ ,  $BO$  és  $OD$  szakaszok hosszát, ha:

a)  $AC = 21$  dm,  $BD = 35$  dm és  $\frac{CO}{OA} = \frac{2}{5}$ ;

b)  $AC = 32$  cm,  $BD = 40$  cm és  $\frac{AO}{AC} = \frac{5}{8}$ .

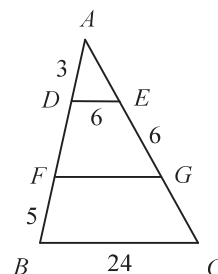
3. Bizonyítsd be, hogy egy paralelogramma átlóinak metszéspontja rajta van két szemközti oldal felezőpontját összekötő egyenesen!

4. Igazold, hogy egy téglalap oldalainak felezőpontjai egy rombusz csúcspontjai!

5. Igazold, hogy egy konvex négyszög oldalainak felezőpontjai egy paralelogramma csúcspontjai!

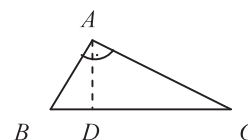
6. Az ábrán látható  $ABC_{\Delta}$ -ben  $D \in (AB)$ ,  $F \in (DB)$  és  $E, G \in (AC)$  úgy, hogy  $DE \parallel FG \parallel BC$ . Tudjuk, hogy  $AD = 3$  cm,  $FB = 5$  cm,  $EG = DE = 6$  cm és  $BC = 24$  cm. Számítsd ki az  $FG$ ,  $DF$ ,  $AE$  és  $GC$  szakaszok hosszát!

E:  $DF = 4$ ,  $AE = 4,5$ ,  $FG = 14$ ,  $GC = 7,5$ .



### 7. Metrikus összefüggések a derékszögű háromszögben

Ha az  $ABC_{\Delta}$  A-ban derékszögű és  $AD \perp BC$  akkor igazak a következő kijelentések:



a) A magasság tétele:  $AD^2 = BD \cdot DC$ .

b) A befogó tétele:  $AB^2 = BD \cdot BC$  és  $AC^2 = DC \cdot BC$ .

c) Pitagorasz tétele:  $BC^2 = AB^2 + AC^2$ .

Fontos megjegyezni, hogy a fordított tételek is igazak.

Röviden: ha az  $ABC_{\Delta}$ -ben a fenti egyenlőségek közül valamelyik fennáll, akkor a háromszög  $A$ -ban derékszögű.

### 8. Szögfüggvények

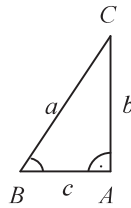
Ha az  $ABC_{\Delta}$ -ben  $m(\widehat{BAC}) = 90^\circ$ , akkor :

$$\sin \widehat{B} = \frac{b}{c};$$

$$\cos \widehat{B} = \frac{a}{c};$$

$$\operatorname{tg} \widehat{B} = \frac{b}{a};$$

$$\operatorname{ctg} \widehat{B} = \frac{a}{b}.$$



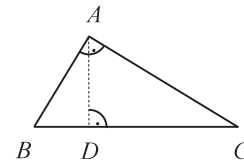
$\alpha$	$30^\circ$	$45^\circ$	$60^\circ$
$\sin \alpha$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
$\cos \alpha$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
$\operatorname{tg} \alpha$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$
$\operatorname{ctg} \alpha$	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$

A  $30^\circ$ ,  $45^\circ$  és  $60^\circ$  esetén a szögfüggvények értékei a mellékelt táblázatban láthatók. (ajánlatos megjegyezni)

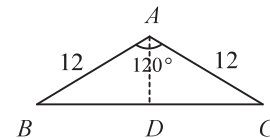
### Feladatok

1. Az  $ABC_{\Delta}$ -ben  $m(\widehat{A}) = 90^\circ$ ,  $AD \perp BC$ ,  $D \in BC$ . Egészítsd ki a következő táblázatot!

	AB	AC	BC	AD	BD	DC
a	60	80				
b		20		12		
c	30			24		
d		20	29			



2. Egy derékszögű háromszögben a befogók átfogóra eső vetületeinek hosszai 4 cm és 1 cm. Mekkora az átfogóhoz tartozó magasság hossza?  
E: 2 cm.
3. Az 1. feladat ábráján az  $ABC_{\Delta}$  A-ban derékszögű,  $m(\widehat{C}) = 30^\circ$ ,  $AD \perp BC$ , ahol  $D \in BC$  és  $AB = 6$  cm. Számítsd ki:  
a) a  $BD$  és  $DC$  szakaszok hosszát; E: 3;9  
c) az  $AD$  magasság hosszát; E:  $3\sqrt{3}$   
b) a háromszög oldalainak hosszát;  
d) a háromszög területét!
4. Egy egyenlő szárú derékszögű háromszög átfogójának hossza 12 cm. Számítsd ki az átfogóhoz tartozó magasság és a befogók hosszát!  
E:  $h = 6$  cm és  $b = 6\sqrt{2}$  cm.
5. Az  $ABCD$  derékszögű trapézban  $AB \parallel DC$ ,  $m(\widehat{A}) = 90^\circ$ ,  $AC \perp BC$ ,  $AB = 6\sqrt{2}$  cm és  $DC = 2\sqrt{2}$  cm. Számítsd ki a trapéz magasságát és területét!  
E:  $h = 4$  cm,  $T = 16\sqrt{2}$  cm<sup>2</sup>.
6. Számítsd ki a 10 m oldalú egyenlő oldalú háromszög magasságának hosszát és a területét!
7. Az  $ABCD$  egyenlő szárú trapézban  $AB \parallel DC$ ,  $AB = 22$  cm,  $AD = DC = CB = 10$  cm. Számítsd ki:  
a) a trapéz magasságának és átlóinak hosszát; E:  $h = 8$  cm,  $AC = 8\sqrt{5}$  cm.  
b) a trapéz területét. E:  $T = 128$  cm<sup>2</sup>.
8. Az ábrán látható  $ABC_{\Delta}$ -ben  $m(\widehat{BAC}) = 120^\circ$ ,  $AB = AC = 12$  cm és  $AD \perp BC$ , ahol  $D \in BC$ . Számítsd ki:  
a) az  $AD$  magasság és  $BC$  alap hosszát; E:  $h = 6$ ,  $BC = 12\sqrt{3}$  cm.  
b) az  $ABC_{\Delta}$  területét; E:  $36\sqrt{3}$  cm<sup>2</sup>.
9. Az  $ABC_{\Delta}$ -ben  $AB = AC = 12$  cm és  $BC = 12\sqrt{3}$  cm. Számítsd ki a háromszög szögeinek mértékét és a háromszög területét!  
E:  $120^\circ, 30^\circ, 30^\circ$  és  $36\sqrt{3}$  cm<sup>2</sup>.





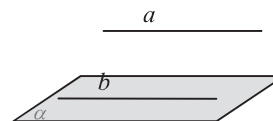
15. Egy egyenlő oldalú háromszög területe  $75\sqrt{3} \text{ cm}^2$ . Mekkora a háromszög oldala, apotémája, valamint a háromszög köré írt kör sugara?
16. Egy négyzet területe  $200 \text{ cm}^2$ . Mekkora a négyzet oldala, apotémája és a négyzet köré írt kör sugara?
17. Számítsd ki a szabályos hatszög oldalának és apotémájának hosszát, valamint a szabályos hatszög kerületét és területét, ha a szabályos hatszög köré írt kör sugarának hossza  $3 \text{ cm}$ !
18. Egy szabályos hatszög területe  $150\sqrt{3} \text{ cm}^2$ . Mekkora a hatszög oldala és az apotémája?

## 5. TÉRMÉRTAN

### 1. Párhuzamosság a térben

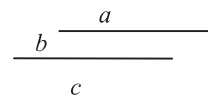
- a) Egy egyenes párhuzamos egy síkkal, ha párhuzamos annak egy egyenesével.

$$\text{Ha } a \parallel b, b \subset \alpha \Rightarrow a \parallel \alpha.$$



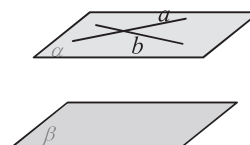
- b) Ha két egyenes párhuzamos egy harmadikkal, akkor a két egyenes egymással is párhuzamos.

$$\text{Ha } a \parallel b \text{ és } b \parallel c \Rightarrow a \parallel c.$$



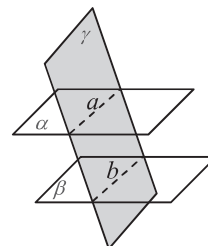
- c) Két sík párhuzamos egymással, ha az egyik sík két metsző egyenesével párhuzamos a másik síkkal.

$$\text{Ha } a \parallel \beta \text{ és } b \parallel \beta, a, b \subset \alpha \text{ és } a \not\parallel b \Rightarrow \alpha \parallel \beta.$$



- d) Ha két párhuzamos síkot metszünk egy harmadik síkkal, akkor a metszésvonalak párhuzamosak.

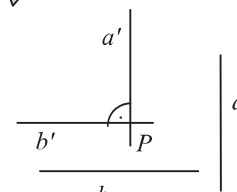
$$\text{Ha } \alpha \parallel \beta, \gamma \cap \alpha = a, \gamma \cap \beta = b \Rightarrow a \parallel b.$$



### 2. Merőlegesség a térben

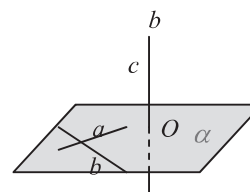
- a) Az  $a$  és  $b$  térbeli egyenesek merőlegesek egymásra, ha egy  $P$  ponton keresztül az adott egyenesekkel húzott párhuzamosok merőlegesek egymásra.

$$a \perp b, \text{ ha } a' \parallel a, b' \parallel b \text{ és } a' \perp b'.$$



- b) Egy egyenes merőleges a síkra, ha merőleges annak két, metsző egyenesére.

$$c \perp \alpha, \text{ ha } c \perp a, c \perp b, \text{ ahol } a, b \subset \alpha \text{ és } a \not\parallel b.$$

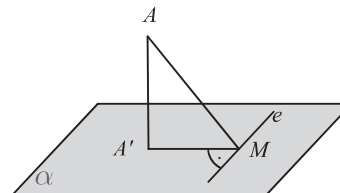


- c) A három merőleges tétele

$$\text{Ha } AA' \perp \alpha, A' \in \alpha \text{ és } A'M \perp e, M \in e, e \subset \alpha \Rightarrow AM \perp e.$$

### Fordított tételek

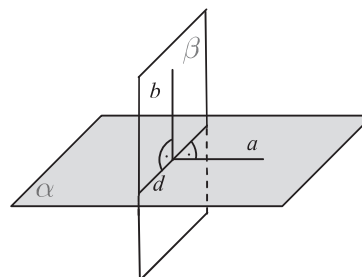
- 1.) Ha  $AA' \perp \alpha$ ,  $A' \in \alpha$  és  $AM \perp e$ , ahol  $M \in e$ ,  $e \subset \alpha$ , akkor  $A'M \perp e$ .
- 2.) Ha  $AA' \perp A'M$ ,  $A'M \perp e$  és  $AM \perp e$ , ahol  $A'M, e \subset \alpha$ ,  $M \in e$ , akkor  $AA' \perp \alpha$ .





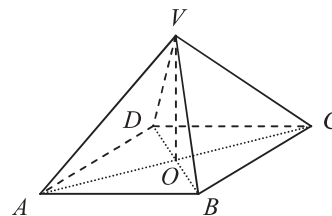
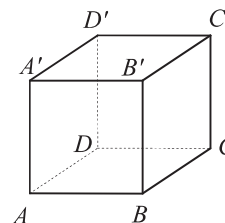
d) Egy sík merőleges egy másik síkra, ha tartalmaz egy olyan egyenest, amely merőleges a másik síkra.

$$\alpha \perp \beta \Leftrightarrow a \perp \beta \text{ és } a \subset \alpha.$$



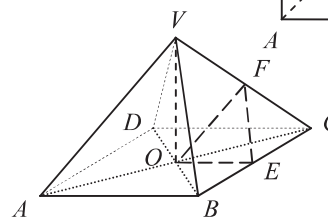
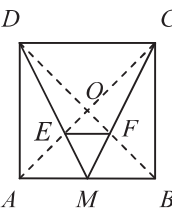
### Feladatok

- Az  $ABCD A'B'C'D'$  kockában  $AB = 10$  cm. Határozd meg:
  - az  $AB$  és  $A'C'$  egyenesek szögének mértékét;
  - az  $AC$  és  $A'B$  egyenesek szögének mértékét.
  - az  $ABC'$  sík és  $DC$  egyenes kölcsönös helyzetét.
  - az  $A'$  pontnak a  $BC$  egyenestől való távolságát;
  - az  $AC'$  testátló hosszát;
  - az  $ACD'$  háromszög területét.
- Az ábrán látható  $VABCD$  szabályos négyoldalú gúlában  $VA = AB = 6$  cm. Számítsd ki:
  - az alaplap területét
  - az  $AVC$  szög mértékét
  - a  $BC$  és  $VA$  egyenesek szögének mértékét
  - az  $A$  pont távolságát a  $VBD$  sík szögének mértékét;
  - Igazold, hogy az  $AB$  egyenes párhuzamos a  $VDC$  síkkal!
- Az  $ABCD A'B'C'D'$  téglatestben  $AB = 20$  cm,  $BC = 15$  cm és  $AA' = 9$  cm. (Kövesd az 1. feladat ábráját!) Számítsd ki:
  - a testátló hosszát;
  - a  $B'$  pontnak a  $DC$  egyenestől való távolságát;
  - a  $B'$  pontnak az  $ABC'$  síktól való távolságát;
  - az  $A'$  pontnak a  $BD$  egyenestől való távolságát.



### ELLENŐRZŐ TESZT

- A  $36 + 42 : 7$  művelet sor eredménye...
  - A 72 és 18 számtani közepe...
  - Ha  $A = \{3; 7; 9\}$  és  $B = \{4; 5; 8\}$ , akkor  $A \cap B = \dots$
  - Egy négyzet oldalának hossza 12 cm. A négyzet területe...  $\text{cm}^2$ .
  - Az  $ABCD A'B'C'D'$  kockában a  $BC$  és  $A'B'$  egyenesek által alkotott szög mértéke... $^\circ$ .
  - Annak valószínűsége, hogy dobókockával 3-mal osztható számot dobjunk ...
- Rajzolj egy  $V$  csúcsú és  $ABCD$  alapú szabályos négyoldalú gúlát!
  - Két természetes szám összege 150, a két szám aránya pedig  $\frac{3}{7}$ . Határozd meg a két számot!
  - Egy bicikli árát 10%-kal növelték, majd 20%-kal csökkentették. A két árváltozás után a bicikli 528 lejbe került. Mennyi volt a bicikli eredeti ára?
  - Adott az  $E(x) = x^2 - 10x + 25$  kifejezés, ahol  $x \in \mathbb{R}$ . Számítsd ki a kifejezés értékét  $x = -2$ -re!
  - Oldd meg a valós számok halmazán az  $x^2 = 144$  egyenletet!
- Az  $ABCD$  négyzetben  $AB = 9$  cm,  $M$  az  $AB$  oldal felezőpontja,  $AC \cap BD = \{O\}$ ,  $DM \cap AC = \{E\}$  és  $CM \cap BD = \{F\}$ .
    - Számítsd ki az  $ABCD$  négyzet területét!
    - Igazold, hogy  $E$  az  $ABD$  háromszög súlypontja!
    - Számítsd ki az  $EMF$  háromszög területét!
  - Az ábrán látható  $VABCD$  szabályos négyoldalú gúlában  $VA = AB = 8$  cm,  $E$  a  $BC$ ,  $F$  pedig a  $VC$  él felezőpontja.
    - Számítsd ki az  $OEF$  háromszög területét!
    - Bizonyítsd be, hogy  $(VAB) \parallel (EOF)$ !
    - Számítsd ki a  $VAOF$  négyszög területét!



# MAGYAR NYELV ÉS IRODALOM

*Nemes Nagy Ágnes: Tanulni kell*

*Tanulni kell. A téli fákat.  
Ahogyan talpig zúzmarásak.*

*Tanulni kell. A nyári felhőt.  
A lobbanásnyi égi-erdőt.*

*Tanulni kell mézet, diót,  
jegenyefát és úrhajót,*

*a hétfőt, keddet, pénteket,  
a szavakat, mert édesek,*

*tanulni kell magyarul és világul,  
tanulni kell mindazt, ami kitarul,*

*ami világít, ami jel:  
tanulni kell, szeretni kell.*

***Kedves Nyolcadikosok!***

*Összeállításunkban a szakaszáró vizsgára való felkészülésben szeretnénk segítséget nyújtani. A kiadvány a gimnáziumi tananyag tömör összefoglalása, azokat a tudnivalókat tartalmazza, amelyek a középiskolai tanulmányaitok alapjait képezhetik. Az egyes témákat úgy dolgozzuk fel, hogy az elméleti fogalmak tisztázása mellett azt is vizsgáljuk, hogy az adott jelenségek hogyan működnek a gyakorlatban. Minden fejezet végén gyakorló feladatsort is találtak. Sok sikert kívánunk!*

*A szerzők*

## AZ IRODALMI ÉS A NEM IRODALMI SZÖVEG

**Adott az alábbi két szöveg. Olvassuk el őket figyelmesen, majd állapítsuk meg, hogy miben hasonlítanak, és miben különböznek egymástól!**

**a.** *A nyár a legmelegebb évszak, amelyben a növények kifejlődnek, és termést érlelnek. Az északi féltekén az az évszak, amely a június 21-i napfordulótól a szeptember 23-i napéjegyenlőségig, a déli féltekén pedig december 21-től március 21-ig tart. Erre az évszakra jellemző a forró, meleg időjárás. (Értelmező szótár)*

**b.** *Szilágyi Domokos: Nyár*

*Hajadon füzek, búzabóbiták –  
csupa illat és virág a világ,  
csupa mosoly és csupa kedv, csupa  
libegés: lányokon selyemruha –  
emitt a pipacsok:  
piros kis pamacsok,  
amott, az ég alatt*

*pisze szellő szalad, a felhő szétszakad,  
s látszik egy kék falat  
égbolt – alatta sirül el a nyár;  
s pacsirtaszóval frissen kiabál:  
– Én játszom ugyan,  
de ti  
vegyetek komolyan.*

### Tény és fikció: dokumentum jellegű és élménykínáló szövegek

Amire első látásra felfigyelhettünk, az az, hogy mindkét szöveg **témája azonos**, mind a kettő a nyárról szól. Azonban azt is észrevehettük, hogy a két szöveg alapvetően különbözik egymástól: míg az elsőben adatokat, tényeket tudunk meg az évszokról, addig a második szövegnek lényegesen más jellegű a mondanivalója.

Az első szövegben a felsorolt dolgok tapasztalaton alapuló, tudományosan is bizonyítható, alátámasztható dolgok. Ezek a **tények**. A tényeket minél pontosabban, minél egyértelműbben, kijelentő mondatokban szoktuk megfogalmazni. A tényeket, adatokat közlő szövegeket nevezzük **dokumentum jellegű** szövegeknek.

Ilyen szövegekkel találkozhatunk a tankönyvekben, ismertetőkből, tájékoztatókban stb.

A második szöveg a formájával is felhívja magára a figyelmet: hosszabb-rövidebb verssorok váltogatják egymást, a sorvégek rímben csendülnek össze, a hangzásnak különös ritmusa, zeneisége van. Ezekon kívül olyan szókapcsolatokkal is találkozhatunk, amelyek a hétköznapi beszélgetésekben nem igazán szoktak előfordulni. Például a „*pisze szellő szalad*” mondatot sohasem mondanánk ki így abban az esetben, ha csak egy pusztán kívánnánk közölni, hanem valahogy így mondanánk: *Fúj a szellő*.

A versből kiemelt mondat attól is különleges, hogy a megszemélyesítés mellett felfedezhetünk benne egy alliterációt is.

Ezek a költői eszközök valamilyen **érzést, hangulatot** közvetítenek.

A versben vannak még ilyen „furcsa”, a hétköznapi kommunikációtól eltérő szövegrészek: „*a felhő szétszakad, /s látszik egy kék falat/égbolt*”.

Ez a szövegrész azon túl, hogy érzést közvetít, segít magunk elé képzelni a nyári ég látványát – vagyis **láttató** funkciója van.

Az imént megfigyelt jellemzőket (zeneiség, hangulatteremtés, érzékeltetés) nem tapasztalhattuk meg a dokumentum jellegű szövegben, hiszen ott az információ pontos átadására került a hangsúly. Az irodalmi szövegeket azért nevezzük **élménykínáló szövegeknek**, mert nem azért olvassuk őket, hogy valamilyen pontos ismeretet tudjunk meg belőlük, hanem azért, hogy szórakozzunk, gyönyörködünk bennük.

**Az alábbi táblázat a kiemelt stílusesszók szövegbeli szerepét foglalja össze:**

Szövegrészlet	Stílusesszó	Szövegbeli szerep
„ <i>pisze szellő szalad</i> ”	megszemélyesítés alliteráció	érzést, hangulatot közvetítenek (játékosság, könnyedség, felszabadultság)
„ <i>a felhő szétszakad, s látszik egy kék falat égbolt – alatta sirül el a nyár</i> ”	metafora megszemélyesítés	belső kép, láttatás

**Összegzésképpen: a nem irodalmi kommunikáció a tényeken alapul, az irodalmi kommunikációban nem a tényekre, hanem a szöveg által közvetített érzésekre, hangulatokra figyelünk.** Ezeket a bonyolult érzéseket a stílusesszókön keresztül, **szóképek és alakzatok** közvetítésével fejezi ki a beszélő.

Ahányan vagyunk, annyiféle tapasztalattal rendelkezünk a nyárról. A versben megjelenő nyár tehát nem általában a nyarat írja le, hanem azt, ahogyan a vers beszélője **elképzeli** a nyarat. Az irodalmi szövegeknek egy másik fontos tulajdonsága tehát ez: egy, a beszélő által elképzelt világot mutat be. Ezt az elképzelt, a beszélő által megkomponált valóságot nevezzük **fikciónak**. Az irodalmi szöveg elképzelt – vagyis fiktív – voltára sokszor maga a szöveg hívja fel a figyelmet. Gondoljunk csak az „*Egyszer volt, hol nem...*” jellegzetes mesekezdő fordulatra, amely megtagadja az előadott történet a valóságos létezését.

## Hangnemek és nézőpontok

### Figyeljük meg, melyik szövegrész tűnik „szárazabbnak”! Miért?

<i>A nyár legmelegebb évszaka, amelyben a növények kifejlődnek és termést érlelnek.</i>	<i>„csupa illat és virág a világ, csupa mosoly és csupa kedv, csupa libegés”</i>
---	--

A tényszerű adatokat közlő szöveg hangneme **tárgyilagos**, a közvetlen tapasztalatokon alapuló, a beszélő érzéseit és hangulatait is kifejező szöveg hangneme pedig **személyes**.

Az Értelmező szótárban megjelenő szócikk a nyárról érzelemmentesen, kívülállóként beszél. Ezt a fajta beszédpozíciót nevezzük **külső nézőpontnak**. Amikor személyes élményről, tapasztalatról számolunk be olyanformán, hogy megfogalmazzuk érzéseinket, gondolatainkat is az adott jelenséggel kapcsolatban, akkor a **belső nézőpont** érvényesül.

## FELADATOK

**1. Adott az alábbi szöveg. Fogalmazz meg két-két olyan eldöntendő és kiegészítendő kérdést, amelyekre tényekkel válaszol a szöveg! (Eldöntendő kérdés: igennel vagy nemmel válaszolunk rá; kiegészítendő kérdés: a válasz egy vagy több mondatrészből.)**

*„Az asztalosnak tanult, fífkás, a nemzetéért minden áldozatra képes Gábor Áronról szinte csak a szállóigék szintjén tud az utókor. Röviden illik elmondani róla, hogy 1814. november 27-én született az erdélyi Bereckben. Amikor a székelység megmentése érdekében, gróf Mikó Imre elnökletével, 1848. október 16-án az agyagfalvi gyűlésen elrendelték a 19-40 évesek hadkötelezettségét, Gábor Áron asztalosmester határőr lett. Eleinte szülőfalujában, később Kézdivásárhelyen a templomok harangjaiból öntött ágyúkat, s azokat a székely hadsereg rendelkezésére bocsátotta. Önképzéssel fejlesztette magát kora utólérhetetlen fegyvergyártójává. Vállalta, hogy amennyiben a szék vezetősége támogatja őt, ágyúkat fog önteni a honvédelem számára. Alig két hét leforgása alatt négy hatfontos ágyú hagyta el műhelyét. Ezek a lövegek állították meg a Háromszékbe betörő császáriakat.” (In.: Cúth János: A magyar katonai vitézség évezredei)*

**2. Milyen stíluseszközök teremtik meg a személyességet az alábbi versrészletben? Egészítsd ki a táblázatot! A vershangulat megragadásánál igyekezz pontosan, kifejezően fogalmazni!**

*„Aranylanak a halvány ablakok...  
Küzd a sugár a hamvazó sötéttel,  
fönn a tetőn sok vén kémény pöfékel,  
a hósík messze selymesen ragyog. (...)*

*S az ónszín égből, a halk éjszakában  
táncolva, zengve és zenélve lágyan,  
fehér rózsákként hull alá a hó.”  
(Kosztolányi Dezső: Téli alkony – részlet)*

Szövegrészlet	Stíluseszköz	Vershangulat
<i>„Aranylanak a halvány ablakok...”</i>		
<i>„Küzd a sugár a hamvazó sötéttel”</i>		
<i>„táncolva, zengve és zenélve lágyan”</i>		
<i>„fehér rózsákként hull alá a hó”</i>		

**3. Írd át a következő személyes hangvételű lírai szöveget tárgyilagos közléssé!**

*„Kilenc perccel nyolc óra múlt,  
kigyúlt a víz alatt a tűz  
és sűrűbb lett a parti fűz,  
hogy az árnyék közészorúlt.  
Az este jó, s a Tisza csak  
locsog a nagy tutajjal itt,*

*mert úszni véle rest, s akit  
figyelget: a bujdosó nap  
búvik a magas füvek között,  
pihen a lejtős földeken,  
majd szerteszáll, és hirtelen  
sötétebb lesz az út fölött.”*

(Radnóti Miklós: Pontos vers az alkonyatról – részlet)

**4. Az alábbi leírás képszerűen, hangulatosan mutatja be a tavasz érkezését. Írd meg az ősz beköszönését, törekedj a személyesség, szemléletesség megteremtésére te is!**

*„Az igazi tavasz azonban csak jóval később érkezett meg, észrevétlenül, valamelyik éjszakán. A hazavánszorgó tél még néha végigrepült a tájon, de a nap elől már elbújt, mert a meleg sugárzás reggel azonnal elseperte a fagyzugokban elrejtett dérdolmányt. A föld mély fagya lassan csírázott a felszínre, de végül is elfogyott, mert megzendült a bűgő déli szél, s a szántások hantjai szétestek, mert nem kötötte már össze porszemeiket semmi.” (Fekete István: Bogáncs – részlet)*

## A SZÖVEG TÉMÁJA ÉS TARTALMA

Minden nyelvi megalkotott szövegnek van egy témája. A megértés a téma felismerésével kezdődik: csak akkor beszélhetünk megértésről, ha felismertük, hogy miről szól a szöveg. A téma sokszor nyilvánvaló, de vannak olyan esetek, amikor többször is neki kell rugaszkodnunk az olvasásnak ahhoz, hogy felismerjük a közvetítendő gondolatot.

### **Olvassuk el a következő szöveget!**

„Mindenütt szép a május, de a püspöki udvarban a legszebb. Különösen ilyen jókor, napfelkelés idején. A harmat nevetve csillog, mintha Szűzmária drágagyöngyöket hintett volna széjjel az éjszaka. A virágágyak kórusban éneklnek a sokféle színt, s körül a kerítés mellett: fehéren és lilán orgonáznak a fák. Fent pedig, és kereken, a háromszárnyú palota tetején, a friss fényben piros szájjal dalolnak a hazajött fecskék; olyanok éppen, mint az apró kicsi papok, kik az első miséjüket éneklnek.” (Tamási Áron: *Rendes feltámadás* – részlet)

### **Mi a szöveg témája?**

Ahhoz, hogy ezt felismerhessük, meg kell találnunk a szöveg legfontosabb gondolatait hordozó szavakat, kifejezéseket.

Ezek a következők: *május, napfelkelés, harmat, virágágyak, orgonázó fák, hazajövő fecskék.*

### **A legfontosabb gondolatokat kifejező szavakat kulcsszavaknak nevezzük.**

Ha figyelmesen végiggondoljuk, hogy a kiemelt szavak mindegyike mihez kapcsolódik a legszorosabban, akkor azt állapíthatjuk meg, hogy ezek a fogalmak a *tavaszhoz* tartoznak, hiszen ennek az évszaknak a szépségeit írják le.

A fenti részlet témája tehát **a tavasz**.

**A téma a mondanivaló tárgya, a legfontosabb kifejezett gondolat. A téma folyamatos jelenlétét a kulcsszavak biztosítják.**

## **Cím és szöveg kapcsolata**

### **Olvassuk el az alábbi verset!**

*Szilágyi Domokos: Este, tavasszal*

*Az égszínkébe már korom vegyült,  
s a várost köpenyével lassan betakarta az álom,  
és apró fények gyúltak mindenütt,  
mikor megálltam fönna a Fellegrádon.*

*Odalenn autó ballagott  
- két fényes sáv mutatta, merre kígyózik az út.  
Lábam alatt a pázsit álmosan  
sóhajtott halkat, ibolyaillatút.*

*Aludt a város, s közben hortyogott  
a Szamos - lassan folyó fekete tinta,  
mely itt-ott eltűnt a szemem előtt:  
a hidak itatósa egy-egy csöppjét felitta.*

*A fű között két mezei tücsök  
cserélte tapasztalatait hegedűszavakkal -  
és előreküldte a város fölé  
lágylehetét a májusi hajnal.*

A szöveg témájának vizsgálatakor érdemes a **címmel** is foglalkozni, hiszen a szöveg címe sokszor nagy általánosságban összefoglalja a mondanivalót.

A **témajelölő cím** rendeltetése az, hogy felkészítse az olvasót a szöveg befogadására: elolvasásakor az olvasóban bizonyos elvárások keletkeznek, és szinte öntudatlanul is nyomon követi azt, hogy az általa jelölt téma miként jelenik meg a szövegben.

Kövessük nyomon, hogy az elmondottak hogyan valósulnak meg Szilágyi Domokos versében!

Az **este** fogalomköréhez tartozó részek:

- „*az égszínkébe már korom vegyült*” (a korom metafora az este sötétségét jelzi)
- „*betakarta az álom*” (az álom motívuma egyértelműen kapcsolódik az estéhez)
- „*fények gyúltak*” (este szoktunk lámpát gyújtani, hogy megszüntessük a sötétséget)
- „*fényes sáv*” (ez a kép az esténként kivilágított utak metaforája)
- „*álmosan sóhajtott*” (az álom is utal az estére)
- „*aludt a város*” (az alvás az estéhez, éjszakához kapcsolódik)

Ez a megfigyelés igazolja a cím és a szöveg szoros kapcsolatát.

A cím ugyanakkor a tavasz témakörét is megelőlegezi.

Hogyan jelennek meg azok a képek, amelyek ehhez a témakörhöz kapcsolódnak?

- „*a pázsit álmosan sóhajtott halkat, ibolyaillatút*” (tudjuk, hogy az ibolya tavasszal virágzik, ilyenformán ez a virág a tavasz motívumához kapcsolódik)
- „*előreküldte a város fölé lágylehetét a májusi hajnal*” (a vers zárlatában megjelenik egy tavaszi hónap neve, ez a szövegrész világosan utal arra, hogy a versvilágban megjelenített képsor a tavaszi újjászületést énekl meg.)

Láthatjuk, hogy fontos figyelni a **cím és a szöveg** szoros kapcsolatára, érdemes nyomon követni, hogy a cím által sugallt téma hogyan jelenik meg a szövegben.



## Szövegtömörítés

A szöveg tömörítésekor az a dolgunk, hogy kiválasszuk a szöveg **lényeges információit** a szöveg **lényegtelenebb információitól**, és saját szavainkkal fogalmazzuk meg a mondanivalót.

Olvassuk újra a vers első szakaszát!

Lényeges információnak tekinthetjük annak a ténynek a megfogalmazását, hogy beesteledett, és hogy a vers beszélője megállapítja, sőt, figyelni ezt a jelenséget, tehát jelen van. A hangsúly így az este átélésére kerül, a **körülmények** (tehát hogy hol és hogyan) lényegtelenek.

Az első szakasz mondanivalóját tehát így foglalhatjuk össze: „*Beesteledett.*”

## Kimondás és sejtetés

Az eddigiekből megtapasztalhattuk, hogy a szövegben vannak olyan információk, amelyek szó szerint jelennek meg a szövegben: ezek a **nyilvánvalóan megjelenő információk**.

Azonban vannak olyanok is, amelyek csak burkoltan, nem teljesen nyilvánvalóan vannak jelen. Ebben az esetben nehezebb dolga van a szöveg értelmezőjének, mert ilyenkor a sorok között kell olvasni, valósággal ki kell „nyomozni”, hogy mit akart közölni a szerző. Ezeket az információkat nevezzük **burkoltan jelenlevő információknak**, amelyekre a szöveg utalásaiból lehet következtetni, s ez elsősorban az irodalmi szöveg jellemzője.

### Olvassuk el a következő verset!

„*Szirom borzong a fán, lehull;  
fehérlő illatokkal alkonyul.  
A hegyről hűvös éj csorog,  
lépkednek benne lombos fasorok.  
Mebú a fázós kis meleg,  
vadgesztenyék gyertyái fénylenek.*”

Ha az a feladatunk, hogy megfogalmazzuk a vers témáját, ki kell keresnünk azokat a szavakat, kifejezéseket, amelyekből következtetni tudunk rá.

Ezek: *lehulló szirmok, lombos fasorok, vadgesztenyék gyertyái*. A befogadás során óhatatlanul is felmerülnek a következő kérdések: Mikor virágoznak a fák? Mikor jelenik meg a fán a lomb? Mit jelent a vadgesztenyék gyertyája? Válaszolva rájuk meg tudjuk fogalmazni: *a vers témája a tavasz*.

Milyen címet tudnánk adni ennek a szövegnek? Nyilván, csak valami olyant, amiről szól a szöveg, valami olyant, ami talál a versben megjelenített világhoz.

Például lehetne a vers címe: *Tavasz, Alkonyat*, esetleg *Tavaszi alkonyat*, vagy akár *Tavaszi félelem*.

Címadásnál az a lényeg, hogy ragadjuk meg azt a témát, amelyről szól a szöveg, próbáljuk megtalálni azokat a **fontos gondolatokat**, amelyek felismerhetők az adott szövegben.

Ezek után elárulhatjuk a szöveg címét is: *Május*, a szerzője pedig Radnóti Miklós.

A vers témájára rákérdező feladatra többféleképpen válaszolhatunk:

- Egyszerűen, lényegre törően: *A vers témája a tavasz*.
- Ha egyéb körülményekre is felfigyelünk, ha bővebb választ akarunk adni, akkor a napszakot jelölő részeket is belefogalmazhatjuk a válaszba: *A vers a tavaszi alkonyatot írja le*.
- Ha viszont még ügyesebbek vagyunk, és felfigyelünk a hegyről lecsorgó hűvös éj szorongató képére, amelyben a kis meleg is megbúvik, akkor: *A vers a tavaszi alkonyatban megjelenő félelmet jeleníti meg*.

## FELADATOK

**Olvasd el figyelmesen az alábbi szöveget, válaszolj a hozzá kapcsolódó kérdésekre, oldd meg a feladatokat!**

„(...) Az odú mély volt. Fenekéről egy félig tollas fióka nézett rám, és fújta, mint a macska. Körülnéztem a májusi erdőben, és úgy éreztem, valahonmél titkos szemek néznek rám. Talán az anyja, valamelyik sűrű fakoronából. A kisbagoly megcsípte az ujjam, de aztán tűrte, hogy megfogjam, és becsúsztam kabátom ölébe. (...)

Otthon nagy kalitkába tettem a kisbaglyot, és vattából raktam fészket neki. De nem ült bele, csak a kemény deszkára, és lehunyta a szemét, mintha elálmosodott volna. Estefelé meg akartuk etetni, de nem evett. (...)

Aztán este lett. A fények elszálltak a város fölül, szobámra homály szakadt, és ott nem világított más, mint a kisbagoly két szeme. Engem nézett. Aznap este nem izlett a vacsora. Leckém sem csináltam meg. Ültem a sötétben, és néztem a madarat, de gondolataim az erdőn jártak, ahol most már éjszaka van. A nagy fák némán állnak, a hold lázas, nagy udvart kerít magának, a nagy bagoly ott ül a csonka fa peremén, és nyers fájdalommal kiáltja meg az erdőnek, hogy elvitték a fiát.

Az éjszakám is nyugtalan lett. Ágyamból odaláttam a kalitkára, és nem tudtam a szemem levenni róla. A kalitka az ablak előtt állt, s az ablak mögül az éjszaka leselkedett. És álomban, mintha a baglyom huhogott volna. Amikor kinéztem az ablakon, a feljáró kőoszlopán ott ült az öreg bagoly. Szomorúan ült, és a fiát nézte. Nehéz lett a szívem.

(...)

Esett még az eső, amikor elindultam az erdő felé. A mezőkön ködben volt még a május arca, s a gyalogutak síkosak voltak, mint novemberben. Az erdő várakozóan nézett rám, a nagy fák fölém hajoltak, mintha azt akarnák látni, hogy hoztam-e valamit. Csak az eső kopogott a leveleken, amikor reszketve felmáztam az öreg fára, és a kisbaglyot visszatettem az odúba. Aztán elbújtam egy bokor alá. Visszajön-e az anyja? Talán elhagyta már bánatában a fészket, és akkor...

Hűvös volt még. Reszkettem a bokor alatt, és lestem az ébredő erdőt. Először a feketerigó kezdett fuvolázni, és ettől bizakodóbb lettem. Aztán megint csend lett. Talán a szél mozdult a fák koronájában, talán más suhogott, de amikor odanéztam, az odú kormos szájára, már ott ült az öreg bagoly. A hűvösség ekkor már elmúlt. A párázó erdő fölmelegedett, és amint hazafelé szaladtam, utánam füttyögtek – mint ismerősnek – a madarak. A dombháton már sütött a nap, a távoli erdő puha volt és békés. Valahol akkor harangoztak hajnalra.” (Fekete István: *Fészkekrablás* – részlet)

1. **Mi a szöveg témája?** (Vigyázz, a válaszadáskor ne fogalmazz úgy, hogy „a szöveg témája a ...-ról szól”, mert ez a mondat nyelvilag nem helyes. Helyesen: „a szöveg témája a ...” vagy „a szöveg a ...-ról szól”.)
2. **Adj más címet a szövegnek!**
3. A következő szavakat a történetből emeltük ki: *fióka, macska, erdő, kisbagoly, otthon, fészket, vacsora, lecke, madarat, kalitka, kőoszlopán, bokor. Válaszd ki közülük a kulcsszavakat!*
4. **Tömörítsd a szöveg tartalmát 4-5 mondatba, legkevesebb öt kulcsszó felhasználásával!**
5. **A zárlatban a narrátor nem beszél lelkiállapotáról. Milyen érzéseket sejtet a két utolsó mondat?**

## SZÖVEGTÍPUSOK

### 1. A leírás

**Olvassuk el, majd hasonlítsuk össze a következő szövegrészleteket!**

**A.** „*Bolond nap volt ez. Nem április elseje, de közel hozzá. Bolond, izgatott nap volt. Reggel fagyott, jégtükrök ropogtak az utcai fák vasrostélyán, s kéklert az ég. Aztán olvadni kezdett. Csorogtak az ereszek. Köd borult a hegyekre. Langyos permeteg hullott. A talaj úgy párázott, mint egy agyonhajszolt, izzadt ló. Le kellett dobni télikabátunkat. Szívárvány pántolta át cifra abroncsával a Dunát. Délután dara esett. Megcukrozta a lombokat. Cipőnk talpa alatt latyakká kásásodott. Füttyült a szél. Élesen füttyült a szél. Füttyült a szél, fönny magasan, a kémények körül, a háztetőkön, a táviródrótok körül. Mozgott minden. Csikorogtak a házak, recsegték a padlások, sóhajtoztak a gerendák és rügyezni akartak, mert fák voltak azok is. Ebben az indulásban, ebben a forradalomban vonult be a tavasz.*” (Kosztolányi Dezső: *Esti Kornél* – részlet)

**B.** „*Az arca belső összhangnak és bölcsességnek komoly derűjében hangolja össze a vonásokat: szelíd és nyugodt szemei, ha beszél veled, mindig a szemedbe néznek: nem tolaodóan vagy fürkésze, hanem jószágosan és megértően. Akinek rossz a lelkiismerete, nem tud így szembenézni - az ő lelkiismerete tiszta. Egyszerű ősz szakállt visel, mint Szókratész. Egyszerűen öltözködik, de egyszerűsége nem keresett: természetesen fejezi ki lényének nyugodt harmóniáját. Türelemesen és figyelve hallgatja végig, ha beszélsz, s mielőtt felelne, gondolkodik.*” (Karinthy Frigyes: *A nyugodt és megfontolt ember* – részlet)

A két szövegben az a közös (amellett, hogy mindkettő prózai formájú s egy-egy novella rövid részlete), hogy mindkettő **leíró szöveg**: az első a tavasz érkezésének érzékletes leírása, a második személyleírás.

**A leírás valamely dolognak, tájnak, folyamatnak, jelenségnek, személynek, tárgynak az átfogó vagy részletező bemutatása.**

Az első szövegről megállapíthatjuk, hogy **a leírás témája** a tavasz érkezése. Mivel **ez egy folyamat, térben és időben** játszódik le, az ilyen jellegű leírás **rendszerző elve az időbeliség és a térbeliség**. Nyilvánvaló, hogy az előbbi helyhatározókkal, az utóbbi időhatározókkal érzékeltetjük.

A tavasz érkezésének mozzanatai a Kosztolányi-szövegben: *reggel fagyott, jégtükrök ropogtak, kéklert az ég, olvadni kezdett, csorogtak az ereszek, köd borult a hegyekre, langyos permeteg hullott, a talaj párázott, szívárvány pántolta át a Dunát, dara esett, megcukrozta a lombokat, latyakká kásásodott, füttyült a szél, mozgott minden, csikorogtak a házak, recsegték a padlások, sóhajtoztak a gerendák, és rügyezni akartak.*

A szöveg beszélője nagyon pontosan szemügyre veszi a tavasz érkezésének mozzanatait. Ezek egy időbeli folyamatot írnak le úgy, hogy néhány térbeli elem is megjelenik: *utcai fák vasrostélyán, cipőnk talpa alatt, fönny magasan, a kémények körül, a háztetőkön, a táviródrótok körül*. A leírás egy irodalmi szöveg része, így a műben beszélő által elképzelt tavaszt jeleníti meg. A leírás szemléletességét, hangulatosságát a szóképek, alakzatok biztosítják. A *Bolond nap volt* ismétlése megteremtí az alaphangulatot, az olvasóban elvárásokat ébreszt a leírtakkal kapcsolatban.

A tavasz érkezésének mozzanatai képszerűségükkel hatnak: metaforák (*jégtükrök, szívárvány pántolta át cifra abroncsával a Dunát, fák vasrostélyá*), megszemélyesítések (*füttyült a szél, sóhajtoztak a gerendák*) egész sorát vonultatja fel a narrátor.

Hangnemére a **személyesség** jellemző (Le kellett dobni télikabátunkat).

A Karinthy-novellarészletet személyleírásnak neveztük, mégis több annál, a külső vonások mellett megjelennek belső tulajdonságok is:



Külső vonások	Belső tulajdonságok
<i>arcvonások, (szelíd és nyugodt) szemei, szemedbe néznek, ősz szakáll, egyszerűen öltözködik</i>	<i>belső összhang, bölcsesség, komoly derű, szelíd és nyugodt (szemei, jóságosan, megértően(néz), lelkiismerete tiszta, lényének nyugodt harmóniája, türelmesen és figyelve hallgat, gondolkodik</i>

### A személyleírás egy személy külső jellegzetességeinek megjelenítése.

A leírásnak egyéb fajtái is vannak.

- **tájleírás: egy táj megjelenítése a közelítől a távoli felé haladva vagy fordítva, rendezőelve a térbeliség**  
*„...az eddigi fakó köd elkezdett ragyogni, mintha billió apró kristálytű repkedne a légben, sűrű ezüsthályollá szövődve, melyen keresztül egy sápadt, fehér tányér látható, sugártalan, melegtelen; az a nap. Egyszer aztán rögtön felszakadt a köd, s eléderült a táj. Szép fehérre festett táj, ezüstlapon cukoralakok. A fák az út mellett, a fenyőerdők a távolban egészen beburkolva fehér zúzmarával, a lovaknak minden szál szőre hókristállyal behintve.” (Jókai Mór: A kőszívű ember fiai – részlet)*
- **növény-, állat-, tárgyleírás: külső jegeik számbavétele; rendeltetésük megnevezése**  
*„Ott ült az ágon, mint testvérei, a vadmacskák. (...) Rám nyitotta rózsaszín száját, és nyávogott, hangtalanul. (...) Nem volt rajta semmi különös. Nem volt egyéniség. Szürke volt, cirmos volt, éhes volt, mint afféle kóbor kismacska. Talán éppen azért mulattatott. A fény és tisztaság rajongójának mutatkozott, mint a fajtája. Dorombolt, mosdott, aludt. Ha néztem, amint estéknént figyelte a falon háromszögletű feje és hegyes füle árnyékrajzát, amint hatalmas bukfenceket vetett a levegőben, amint kimeresztette kíváncsi smaragdszemét, megértettem, hogy hajdan az egyiptomiak imádták.” (Kosztolányi Dezső: Kismacska – részlet)*

A leírás önálló irodalmi változata a **leíró költemény** (Pl. Petőfi Sándor: *A Tisza*, Szilágyi Domokos: *Este, tavasszal*)  
A leíró szöveg leginkább hosszabb irodalmi alkotások része.

A jó leírás szemléletes, képszerű, jól szerkesztett, áttekinthető, könnyen követhető, tárgyilagos, de a személyes értékelést is kifejezi, s ezáltal még hitelesebb.

## 2. Az elbeszélés

**Olvassuk el a következő szöveget! Figyeljük meg a kiemelt részek szerepét!**

*„...egyszer pajkos suhancok gallyszedegetés közben **lehámozták** a kergét néhány fiatal jegenyének. Nagyapót **fölharagította** a dolog, és **bement** panaszt tenni a faluházára. Éppen együtt **találta** az egész tanácsot, öregbírót, kishírót, esküdteket, és jól **megmosta a fejüket**.*

*– A fát csakúgy nem szabad kínozni, mint az állatot - **mondta** nekik. - Erre is meg kell ám tanítani a gyerekeket. Ha ti meg nem tanítjátok őket, majd megtanítom én!*

**Szóra szót adtak** a falu bölcsei, s az egyikük nagy esztelenül azt **találta mondani**:

*– Ha olyan nagyon félti kend az erdejét, vigye haza az udvarába!*

*Erős Törőcsik **nem szólt** erre semmit, hanem **sarkon fordult**, s úgy **rántotta meg** a kilincset, hogy a nehéz, vassal szegett ajtóból is **vele szakadt egy darab**.” (Móra Ferenc: Öregapám – részlet)*

Ha egymás mellé helyezzük a kiemelt részeket, azt vesszük észre, hogy az egyes mozzanatok nagyrészt **ok-okozati összefüggésben** vannak, vagyis az egyik mozzanatból következik a másik. Annak az **előzménynek**, hogy a suhancok lehámozták a jegenyefák kérgeit, az **a következőképpen**, hogy nagyapót fölharagítja az eset. A továbbiakban ez a harag maga is előzménnyé válik, melynek következménye az lesz, hogy az öreg bemegy panaszt tenni.

Az egyes eseménymozzanatok láncszerű kapcsolódásából kikerekedik egy **eseménysor**, egy olyan **történet**, amelyet a **folyamatos időbeli előrehaladás** jellemez. A folyamatos előrehaladásnak ezt a fajtáját **linearitásnak** nevezzük.

A bemutatott történetnek van egy **elbeszélője**, aki maga nem volt jelen az eseményeknél – ezt a fajta elbeszélőt nevezzük **kívülálló elbeszélőnek**. A történetben bizonyos hősök lépnek fel: ők a **szereplők**.

Az eseménysor pedig valamilyen **színhelyen** játszódik, és egy adott **időkeretbe** illeszkedik.

**Az elbeszélő szöveg az a szövegtípus, amelyben az beszélő egy összefüggő eseménysort beszél el, időben előre haladva.**

Az elbeszélésbe beépülhetnek *leírások, jellemzések* – ezek a részek az olvasó fantáziájára hatnak, szerepük pedig a történetmondás hitelességének alátámasztása. A hősök megszólaltatása – *a párbeszéd* – életszerűvé teszik a történetmondást.

**Ha a megbeszélte novellarészlethez illesztünk még néhány mondatot a narrációból, akkor egy érdekességre figyelhetünk fel.**

*„A keresztapám neve Rádillik Rigó Pál volt, mert mindenre azt mondta, hogy „rád illik”. Az alsó szomszédunkat Tányérhátú Csala Adámnak hívták, a felsőt meg Úrleszek Takács Mátyásnak.*

*Az öregapámnak is volt ragadványneve, de azt büszkén is viselhette. Erős Töröcsiknek hívták. Én már csak híréből ismertem, nemcsak nagy erejű, hanem nagy természetű embernek is. (...)*

*Hogy milyen erős volt Töröcsik nagyapó, azt akkor mutatta meg, mikor az erdejét ki akarta vágni. (...)*

*Történt, hogy egyszer pajkos suhancok gallyszedegetés közben lehámozták a kergét néhány fiatal jegenyének. Nagyapót fölharagította a dolog, és bement panaszt tenni a faluházára. Éppen együtt találta az egész tanácsot, öregbírot, kisbírot, esküdteket, és jól megmosta a fejüket.*

*– A fát csakúgy nem szabad kínozni, mint az állatot – mondta nekik. – Erre is meg kell ám tanítani a gyerekeket.*

*Ha ti meg nem taníjtátok őket, majd megtanítom én!*

*Szóra szót adtak a falu bölcsei, s az egyikük nagy esztelenül azt találta mondani:*

*– Ha olyan nagyon félti kend az erdejét, vigye haza az udvarába!*

*Erős Töröcsik nem szólt erre semmit, hanem sarkon fordult, s úgy rántotta meg a kilincset, hogy a nehéz, vassal szegett ajtóból is vele szakadt egy darab.” (Móra Ferenc: Öregapám – részlet)*

Az első mondatokban a beszélő a ragadványnevekről beszél, azt mutatja be, hogy a közösség, jellemző tulajdonságaik alapján, milyen gúnyos nevekkkel illeti azokat, akik erre rászolgálnak. Majd megismerjük Töröcsik nagyapót, aki az Erős Töröcsik nevet viseli. Az elbeszélő a nagyapa nevének eredetét egy hajdani eset felidézésével mutatja be.

Az eset felidézése a „Történt” szóval kezdődik. Ezen a ponton érzékeljük az **idősíkváltást**: azt, hogy az elbeszélő visszaemlékezik egy hajdani eseményre, így az elmesélt eseménysor az elbeszélés jelenéhez képest múlt idejű. Tulajdonképpen mi történt itt? Az, hogy adott ponton **megbomlott a linearitás**, az elbeszélő ugyanis a történetmondás idejéhez képest visszaugrott az időben.

Elbeszélő szövegekkel nem csupán az irodalomban, hanem a hétköznapi életben is találkozunk: elbeszélő szövegeket fogalmazunk akkor, amikor barátainknak, családtagjainknak meséljük el, hogy mi minden történt velünk aznap, de elbeszélés az is, amikor egy jó film vagy egy jó regény tartalmát foglaljuk össze.

A jó elbeszélés fordulatokban gazdag, élményszerűsége, szemléletessége törekszik.

### 3. Az érvelés

#### Olvassuk el az alábbi novellarészletet!

*„– Tudod-e te azt, hogy nagy bünt cselekedté! Tudod te azt, hogy az ember arca a lélek virága! Aki az arcot megüti, a lelket üti meg! A lélek pedig Istenből való részünk; örökkévaló!*

*A fiú szeméből könnyek görögnek.*

*A szavakat aligha értette; de a hangnak is van értelme, mikor a hang a szívhez szól.*

*– Bánod-e, hogy ezt cselekedted?*

*– Bánom...” (Gárdonyi Géza: Büntárgyalás – részlet)*

A novella két kisfiúról szól, akik osztálytársak. Marci új irkát vesz, Jancsi pedig véletlenül ráönti a tintát erre a füzetre. A kárvallott felpofozza a tettést. A tanító meglátja az esetet, a tanítási órák után pedig kibékíti a fiúkat: elmagyarázza, hogy ki miben vétett.

Ha a tanító mondatait visszahelyezzük a történetbe, akkor felismerhetjük a felnőtt **szándékát**: a beszélő igyekszik **meggyőzni** a vétkest arról, hogy a pofon bűn, igyekszik rávenni őt arra, hogy ezt **belássa**, és bánja meg a tettét.

A tanító a következőképpen építi fel a mondanivalót: a szöveg indításában egy **költői kérdés** formájában kijelenti az **alapgazságot** („nagy bünt cselekedté!”), majd azt bizonyítja be, hogy az arca mért pofon bűnös cselekedet. Erre a következő bizonyítékokat hozza fel: „az ember arca a lélek virága”, „aki az arcot megüti, a lelket üti meg”, „A lélek Istenből való”.

Ezek a gondolatok egyszigorú rend alapján láncszerűen kapcsolódnak egymáshoz, a felsorolásban pedig a fokozásra figyelhetünk fel, amelynek hatásfokozó szerepe itt sem marad el, ezt Marci testbeszéde jelzi: szeme megtelik könnyel.

A gondolat lezárásában a tanító újra feltesz egy **költői kérdést**: „Bánod-e, hogy ezt cselekedted?”. Az elérékenyült fiú válasza természetesen igenlő – a tanítónak sikerült elérnie célját.

Az elemzett szövegrészlet az **érvelés beszédhelyzetét** mutatja be.

#### Az érvelés jellemzői

Az érvelés során a beszélő igyekszik meggyőzni hallgatóságát, próbálja befolyásolni gondolkodásukat és viselkedésüket.

A meggyőzésben nagy szerepet kap a gondolatlor logikus, átlátható gondolatmenete.

Az úgynevezett **tételmondat** összefoglalja a szöveg, illetve a szövegrész lényegét, az általa közölt információ azonban nem teljes, a további mondatok egészítik ki. Az érvelés folyamán tulajdonképpen a tételmondat állításait bizonyítjuk vagy cáfoljuk. (A tanító tulajdonképpen végig azt bizonyítja, hogy a pofon bűn.) Fontos a címzettben (a közönségben) keltett benyomás. Mint már láttuk, a tanító szavainak hatására **könnyezni kezd**.

A szavak erejét, hatását fokozzák az érzelmi töltetű szavak és az alakzatok. (A tanító, célja elérése érdekében, azaz, hogy rávegye a fiút, lássa ezt be, és bánja meg a tettét, fokozást használ.) Szóbeli érvelésnél kulcsfontosságú szerepet játszanak a meggyőző hanghatások, a kifejező arcjáték és a testtartás.

Az érvelő szöveg szerkezete a következő:

- **bevezetés:** a célja a **téma megjelölése**, a bizonyítandó állítás – a **tétel – megfogalmazása**. A jó beszélő hatásosan indít, már ezen a ponton elnyeri hallgatója érdeklődését. (A tanító pl. olyan kérdést tesz fel, amelyre a válasz egyértelmű, de az indítás lehetett volna akár egy felkiáltás is.)
- **tárgyaló rész:** itt történik meg a **tétel érvekkel történő bizonyítása vagy cáfolása**. Az **érv** olyan ténynek, körülménynek a megállapítása, amely a beszélő véleményének igazságát kívánja bizonyítani. Az érveknek két fő típusa van: az **észérvek**, melyek kissé szárazak ugyan, de a logikára hatnak, és az **érzelmi érvek**, amelyek a hallgató lelkét szólítják meg. (Mint például a fenti novellában.) Az érvelés során nagy szerepet kapnak a hatást fokozó tényezők.
- **lezárás: összegzés, a tanulságok megfogalmazása**

Többféle írott szövegben használunk érvelést: tanulmányokban, esszéikben, értekezésekben, szónoklatokban, felhívásokban, előadásokban, vitákban, újságcikkekben. A *hétköznapi kommunikációban* is gyakran találkozunk érvelő jellegű szövegekkel, például akkor, amikor valaki kifejt valaki(k) előtt a véleményét egy adott dologról, akkor is, amikor saját igazát bizonygatja valaki egy vitás helyzetben. Ilyenkor alapvetően fontos, hogy jól érveljünk. Ha ezt tesszük, a vita vita marad, nem fajul veszekedéssé, amelyben az érveknek már semmi szerepük nincs.

## FELADATOK

### 1. Alkoss fiktív személyleírást, felhasználva legalább ötöt a következő szövszerkezetekből!

*szinte a fű sem hajlik meg alatta; mintha nyársat nyelt volna; tördeli a kezét; fürge, mint a gyík; úgy jár-kel a világban, mintha rajta kívül nem lenne senki; az arcára van írva minden; átszúr a tekintetével; kifejezéstelenül bámul a világra; merészen ível az orra; pókerarca van*

### 2. Folytasd a következő leírást, amelyben életre kel a karosszék! (Ne azt írd mindig, hogy van, fekszik, elterül, áll, hanem használhatsz az alábbi szavak közül is: árválkodik, magasodik, szomorkodik, terpeszkedik, kering, kóvályog, kúszik, feketéllik, terebélyesedik, ég felé meredezik stb. Ne csak szépnek, csúnyának, gyönyörűnek láss valamit, hanem félelmetesnek, lélegzetelállítónak, sötétbarnának, tarajosnak, tűzpirosnak...)

*Üldögél az íróasztal előtt, akár egy fáradhatatlan hivatalnok, aki sietség nélkül, kötelességtudóan végzi a munkáját. Egész lénye azt sugározza, hogy értünk, emberekért készült erre a világra. Bordó bársonnyal bevont ülőlapja szinte hívogat...*

### 3. Tamási Áron Ábel Amerikában című regényének főhőse, Ábel érdekes párhuzamot észlel egy bogár és édesapja között.

*„Apám odahozta a bogarat a fény udvarába, s előbb hátból s azután hasból jól megnéztük. Nekem visszamaradt egy darabig a szuszogásom is, mert úgy találtam, hogy bogárban éppen olyan, mint emberben apám. Két eleven fekete szeme neki; sötétbarna színe, bajusznak két csáp kisírtve, s még a nagysága is pontosan akkora a bogárvilágban, mint az apámé az emberek között.”*

Írj a fentihez hasonló jellemzést párhuzamot vonva egy ember és valamilyen állat között!

### 4. Az alábbiakban egy tanmese tartalmát olvashatod. Írd meg a mesét! Ne feledkezz meg a címadásról sem!

*A bárány belebújt a tigrisbőrbe. Nagyokat bégetve sétálgatott a szép zöld mezőn, ám amikor megpillantotta a farkast, futásnak eredt. A bárány megfeledkezett róla, hogy tigrisbőrbe öltözött.*

### 5. Érvelj a következő közmondás megállapítása mellett vagy ellen: Nem mind arany, ami fénylik!

#### 4. A párbeszéd

Olvassuk el a következő párbeszédet!

„– Na, mi az, kisfiam, tanulgatunk?

– Apukám...

– Mi az?

– Nem értem ezt a dolgot.

– Nem értem?! Gabi!... Hogy lehet ilyet mondani?! Hát nem magyarázták el az iskolában?

– De igen, csakhogy...” (Karinthy Frigyes: *Tanítom a kisfiamat* – részlet)

Nem nehéz azokra a kérdésekre válaszolni, hogy

- **hányan** vesznek részt a **kommunikációban**,
- kik lehetnek a **párbeszédben részt vevő beszélgetőtársak**,
- milyen **helyzetben** hangozhatna el ez a szöveg.

Könnyen rájöhetünk, hogy **kettő** szólalnak meg az előbbi párbeszédben, a dialógusban **részt vevő beszélgetőtársak** az apa és fia, Gabi, és hogy egy ismerős, sok családban mindennapos **kommunikációs helyzetben** hangozhatna el ez a szöveg: a leckéjével nehezen boldoguló gyermek segítséget, magyarázatot kér édesapjától, ő viszont – egyelőre ismeretlen okból – nem támogatja, mérgesen az iskolára hárítja az elmaradt magyarázat felelősségét. Bár nagyon egyszerű párbeszédrel van dolgunk, e szövegfajta legfontosabb jellemzőit tetten érhetjük:

- két vagy több beszélő vesz részt a kommunikációban
- aki beszél: a közlő fél
- aki hallgatja: a befogadó (címezett)



- kétirányú: a közlő és a befogadó időnként szerepet cserélnek (szerepváltás)

- alapvetően meghatározza a beszédhelyzet és a viselkedési/nyelvi szabályok: másképp beszélünk a különféle helyzetekben különféle beszélgetőtársakkal

- a szóbeli kommunikációban meghatározó szerepük van a nem nyelvi jeleknek: az arcjátéknak, a gesztusoknak

Az is nyilvánvaló, hogy más szabályokat követünk a spontán, és teljesen másakat a tervezett párbeszéd megalkotásakor. Élőszóban gyakran fogalmazunk mindenféle előkészület nélkül, rögtönözve, például a beszélgetések, a hozzászólások során.

Az írásbeli párbeszéd megalkotásakor a szövegszerkesztést előkészületek előzik meg:

az anyaggyűjtés, a jegyzetelés és a vázlatírás. Tervezett párbeszédű szöveg irodalmi alkotásokban fordul elő, a riport és az interjú önálló sajtóműfajok.

**Nézzünk meg néhány más párbeszédet is abból a novellából, amelyből a bevezetésben idéztünk!**

„– *Ha kilenc kályhában öt és fél nap alatt tizenkét köbméter bükkfa ég el, mennyi nap alatt ég el tizenkét kályhában kilenc köbméter bükkfa (...)*

– *Na, mi az, kisfiam, tanulgatunk?*

– *Apukám...*

– *Mi az?*

– *Nem értem ezt a dolgot.*

– *Nem értem?! Gabi!... Hogy lehet ilyet mondani?! Hát nem magyarázták el az iskolában?*

– *De igen, csakhoggy...*

– *Mi az, amit nem értesz? (...)*

– *Nézd, apukám, ha kilenc kályhában öt és fél nap alatt tizenkét köbméter bükkfa ég el... (...)*

– *Papperlapapp!... Ne hadarj!... Így nem lehet értelmesen gondolkodni!... Tessék még egyszer nyugodtan és megfontoltan elmondani, (...)! Nna, adj egy kis helyet! (...)* Nézd, Gabi, (...) az ember nem a szájával gondolkodik, hanem az eszével. *Mi az, amit nem értesz?!... Hiszen ez olyan egyszerű és világos, mint a nap, ezt az első elemista is megérti (...).* Nézd, fiam. *Itt van az, hogy kilenc kályhában öt és fél nap alatt ennyi és ennyi bükkfa ég el. Nnna. Mit nem értesz ezen? ” (Karinthy Frigyes: Tanítom a kisfiamat – részlet)*

A párbeszéd az epikai művek gyakori eleme, hiszen a történet elmondása közben az elbeszélő gyakran megszólaltatja szereplőit, azaz pontosan idézi szavaikat. Vizsgáljuk meg, mi a párbeszéd szerepe egy epikai alkotásban?

**Figyeljük meg, mennyire másként hat, ha csak elbeszélő mondatokban fogalmazunk meg egy eseménysort, mint amikor párbeszédet is használunk!**

Elbeszélő mondatokká alakítva az előbbi dialógusokat, valahogy így hangzanának:

A gyerek egy matematikafeladatot old, amelyben arra a kérdésre kell választ adnia, hogy „*Ha kilenc kályhában öt és fél nap alatt tizenkét köbméter bükkfa ég el, mennyi nap alatt ég el tizenkét kályhában kilenc köbméter bükkfa (...)?*” Az apja megkérdezi, hogy tanultat-e. Ő erre bizonytalanul apukámnak szólítja szülőjét, aki egy „*Mi az?*” kérdéssel vágja el kettejük beszélgetését.

És ilyenformán folytathatnánk tovább.

Nem nehéz belátnunk, hogy a párbeszéd jeleneteket formál, amelyek így elevenebbeknek hatnak, szinte az olvasó szemei előtt játszódnak le, tehát a párbeszéd a szövegélénkítés egyik eszköze. Általa az alkotás élményszerűbbé, pergőbbé, elképzeltetőbbé válik.

**Nézzük, hogyan jellemzi a hőst beszédmódja a fenti novellarészletben!**

Ha végigkövetjük, hogyan reagál az apa kisfia bizonytalanuló segítségkérésére, azt látjuk, hogy a párbeszéd elején még tréfálkozik. A „*Na, mi az, kisfiam, tanulgatunk?*” kérdés nem fejez ki ugyan igazán mély érdeklődést, de legalább kedélyeskedést igen. Amint azonban rájön a felnőtt, hogy nem úszhatja meg ennyivel, hiszen segítenie kellene, egyre inkább zavarba jön, mert ő maga sem érti a feladatot, amivel kisfia kínlódik. Fél attól, hogy lelepleződik, hogy elveszíti tekintélyét fia előtt. Türelmetlen és ingerült, amikor fiával beszél: „*Hogy lehet ilyet mondani?*”, „*Mi az, amit nem értesz?*”, „*Ne hadarj!.. Így nem lehet értelmesen gondolkodni*” stb. Próbál magabiztosnak látszani, eljátssza, hogy érti a matekpéldát: „*Hiszen ez olyan egyszerű és világos, mint a nap*”, ám közben húzza az időt, mert fél, hogy kiderül: ő sem tudja a megoldást. Nem őszinte, nem meri bevallani gyerekének az igazat.

A fentiekből levonhatjuk a következtetést, hogy a párbeszéd árnyalhatja a szereplő jellemét.

Erre a szövegre nem jellemző, hogy a párbeszéd előre viszi a cselekményt, de másutt gyakran tapasztalható.

**Figyeljük meg az alábbi részletet a *Kőműves Kelemen* című népballadából!**

„– *Asszonyom, csillagom, forduljunk mi vissza.*

*Rossz jelenést láttam az éjjel álmomba,*

*Az éjjel álmomba' olyan álmot láttam,*

*Kőműves Kelemen udvarába jártam,*

*Hát az ő udvara gyásszal van behúzva,*

*Annak közepibe mély kút vala rakva,*

*Az ő kicsi fia oda beléhulla.*

*Az éjjeli álmom nem telik ma jóra,*

*Asszonyom, asszonyom, forduljunk meg vissza!*

*– Kocsisom, kocsisom, nem fordulunk vissza,*

*A lovak se tiéd, a hintó se tiéd,*

*Csapjad a lovakat, hadd haladjunk elébb!”*

(*Kőmíves Kelemen*, népballada, udvarhelyszéki szövegváltozat – részlet)

A kocsis baljós álma ellenére az asszony tovább folytatja útját Déva vára felé, s minderről e tömör párbeszédéből értesülünk. Ebben az esetben **a párbeszéd előre viszi a cselekményt**. A ballada egyik műfaji sajátossága, hogy a cselekményt gyakran a párbeszédéből ismerjük meg, valamint az is, hogy **a párbeszéd a drámai jelleget erősíti**.

Figyeljük meg, hogy Karinthy novellájában milyen módon **kapcsolja** az elbeszélő a párbeszédet a szöveghez! (Vastagon szedtük az átkötő mondatokat.)

*„Gabi az asztal fölé görnyedve rágja a tollat. (...)*

*Elmegek előtte szórakozottan, megállok, mintha ebben a pillanatban vettem volna észre.*

*– Na, mi az, kisleány, tanulgatunk?*

**Gabi szája lefelé görbül:**

*– Apukám...*

*– Mi az?*

*– Nem értem ezt a dolgot.*

*– Nem értem! Gabi!... Hogy lehet ilyet mondani?! Hát nem magyarázták el az iskolában?*

*– De igen, csakhoggy...*

*A torkomat köszörülöm.*

*– Mi az, amit nem értesz? – folytatom aztán már nyersen és ellenségesen.*

*Gabi mohón, gyorsan és megkönnyebbülve, máris hadarni kezd, mint akinek nagy súlyt vettek le a válláról.*

*– Nézd apukám, ha kilenc kályhában öt és fél nap alatt tizenkét köbméter bükkfa ég el...*

*– Papperlapapp!... Ne hadarj!... Így nem lehet értelmesen gondolkodni!... Tessék még egyszer nyugodtan és megfontoltan elmondani, majd akkor meg fogod érteni! Nna, adj egy kis helyet! (...)*

*– Nézd, Gabi – **mondom türelmesen** – az ember nem a szájával gondolkodik, hanem az eszével. Mi az, amit nem értesz?!... Hiszen ez olyan egyszerű és világos, mint a nap, ezt az első elemista is megérti, ha egy pillanattig figyel. Nézd, fiam. Ugye, itt van az, hogy kilenc kályhában öt és fél nap alatt ennyi és ennyi bükkfa ég el. Nna. Mit nem értesz ezen?”*

A kiemelt mondatok szerepe az, hogy a párbeszédet a szöveghez **kapcsolják**. Ezeket az átkötő mondatokat **idéző mondatoknak** nevezzük, melyek által a narrátor gyakran azt is jelzi, hogy melyik hős szólal meg; közölhet a megszólalóról plusz információkat: utalhat a dialógusban részt vevő szereplők külsejére, taglejtésére, mimikájára, hangjára; az általa közölt szöveg hangnemére és a helyzethez való viszonyulására is – tehát **jelentéstömörítő szerepe is van**.

Például „– *Nem értem ezt a dolgot – görbül lefelé Gabi szája*” – nemcsak összekötő szerepű, hanem azt is jelzi, **hogyan** szólal meg a szereplő.

Az idéző mondatok **állhatnak**:

- a szereplő mondandója előtt (ilyenkor a kettőspont vezet be a kötelező módon új sorba és gondolatjellel írandó részt)

Pl. „**Gabi szája lefelé görbül:**

*– Apukám...”*

- a szereplő mondandója után (ilyenkor gondolatjel választja el a szereplő szavaitól)

Pl. „– *Mi az, amit nem értesz? – folytatom aztán már nyersen és ellenségesen.*”

- beékelődve a szereplő szavai közé (ilyenkor a megszakítás után újabb gondolatjel következik)

Pl. „– *Nézd, Gabi – **mondom türelmesen** – az ember nem a szájával gondolkodik, hanem az eszével.*”

- az idéző mondat hiányozhat is, ilyenkor a megszólalások külön sorban kezdődnek, és a beszélők első szavai előtt gondolatjel van

Pl. „– *Na, mi az, kisleány, tanulgatunk?*

*– Apukám...*

*– Mi az?*

*– Nem értem ezt a dolgot.”*

## **A párbeszéd helyesírása**

1. **A.** „– *Nem értem ezt a dolgot – görbül lefelé Gabi szája.*” (Kijelentő mondat esetén a szereplő mondandója utáni pont elmarad, csak az idéző mondat után tesszük ki.)

**B.** „– *Mi az, amit nem értesz? – kérdezem nyersen és ellenségesen.*” (Természetesen a kérdő, a felkiáltó, a felszólító és az óhajtó mondatokra nem érvényes a fenti megállapítás, a szereplő mondandója után kiteszük a kérdő-, illetve a felkiáltójelet.)

## **2. Én dühösen:**

– *Papperlapapp!... Ne hadarj!* (Az idéző mondatot követő kettőspont vezet be a kötelező módon új sorba és gondolatjellel írandó részt.)

3. – *Nézd, Gabi – mondom türelmesen – az ember nem a szájával gondolkodik, hanem az eszével. Mi az, amit nem értesz?!* (Ha az idéző mondat kettévág egy mondatot, akkor a megszakitás utáni gondolatjel után tesszük a vesszőt. S természetesen, ha nincs szereplőváltás, a párbeszéd újabb mondatát nem kell új sorba írni.)

Egy párbeszéd jó, ha:

- sokatmondó a tartalma
- helyesen tagolt
- színes, kerüli az egyhangúságot
- árnyalja a jellemeket
- kerüli a fölösleges szóismétlést
- mellőzi a fölösleges szószaporítást
- kerek egész
- logikailag jól felépített

Világítsuk meg egy példával a szóismétlés elkerülésének követelményét!

Nem kell minden egyes mondat után odatenni, hogy *mondta, válaszolta, kérdezte* stb. Gyakori hiba a *mondta* túlzásba vitt használata. Ezt a hibát egyrészt **rokon értelmű szavak használatával** kerülhetjük el, **másrészt jelentéstömörítéssel**.

**Következzék egy részlet Lázár Ervin *A fájós fogú oroszlán* című írásából!**

„*Vacskamati megjegyezte:*

*Ijesztgetni akar bennünket.*

*A második ordításnál azonban már gyanakodni kezdett.*

–*Talán éhes –mondta.*

– *Lehetetlen – rázta a fejét* Ló Szerafin, a kék paripa (...)

– *Világos, telezabálta magát – vélte* Aromo, a fékezhetetlen agyvelejű nyúl (...)

– *Úgy van – bólintott* Mikkamakka –, *megtekintjük.*

– *Oú-áú-uó! – üvöltött* Bruckner Szigfrid.

– *Színészkedik – morogta* Aromo –, *semmi baja (...)*

– *Ünneplőbe öltözött – suttogta* megrendülten Szörnyeteg Lajos.

– *Hogyhogy ünneplőbe? – kérdezte* Mikkamakka.”

A kiemelt szavak egy része a **mondta** ismétlésének elkerülésére szolgál (Pl. *megjegyezte, üvöltött stb.*), más részük olyan szó szerkezetek, igék, amelyek a beszéd és egy másik cselekvés egyszerre történését sűrítik magukba. (Pl. *rázta a fejét*)

A szószaporítás elkerülése a **tömörségre való törekvést jelenti**. Csak olyan információkat érdemes megosztani, amelyek elengedhetetlenek a történetből. **Mellőzni kell a fölösleges határozókat**. Ugye érezzük, hogy sántít a *kiáltotta hangosan, bömbölte öblösen, szipogta sírva? Hanyagoljuk a nevek, illetve a megszólítások állandó ismétlését is*, hiszen a való életben mi sem szólítjuk folyton nevünkön egymást a párbeszéd közepén. Teljesen fölösleges így cifrázni: *véleményt nyilvánított, ellenértelt* stb. Nem baj, ha szeretnénk megcsillogtatni a gazdag szóincsinket, de a kevesebb néha több!

Mikor mondhatjuk egy párbeszédéről, hogy **kerek egész, logikailag jól felépített**? Egyszerűen szólva, ha van **eleje és vége**.

## 5. A monológ

**Olvassuk el Karinthy novellájának befejező részét, kiegészítve az eddig szándékosan kihagyott mondatokkal!**

„– *Ha kilenc kályhában...*

*Az íróasztal előtt ülök, valami cikket olvasok. Nem tudok figyelni. A másik szobából már harmincötödször hallom a fenti mondatot.*

*Mi a csoda van már azzal a bükkfával. Muszáj kimenni.*”

„*És ami a legborzasztóbb, még hozzá – ebben a pillanatban villan át rajtam – erről, ugyanerről a példáról volt szó akkor is!... Úgy van, nincs kétség!... a bükkfa és a kályha! szent Isten!... pedig akkor már majdnem megértettem – csak elfelejtettem! ... Az egész húszegynéhány éves korunk egy pillanat alatt a semmibe süllyed. Hogy is volt csak?*

– *Nézd, Gabi – mondom türelmesen – az ember nem a szájával gondolkodik, hanem az eszével. (...)* – *Ezt értem, apukám... csak azt nem tudom, hogy az első aránypár fordított és a második egyenes, vagy az első egyenes és a második fordított, vagy mind a kettő egyenes, vagy mind a kettő fordított. A fejbőröm, a hajam tövében, lassan hidegedni kezd. Mi a csudát fecseg ez itt össze az aránypárokról? Mik lehetnek azok az átkozott aránypárok?!... Honnan lehetne ezt hirtelenében megtudni?*”

A megvastagított mondatok a narrátor egyes szám első személyű megnyilatkozásai, amelyekben a történésekhez fűződő érzéseiről vall.

Ez a szövegtípus a monológ (magánbeszéd), amelyben a szereplő önmagának tárja fel érzelmeit, gondolatait, belső párbeszédet folytat. Erre a beszédhelyzetre az **egyirányú kommunikáció jellemző**.

Elsősorban a drámai alkotások jellemző közlésformája, de előfordul a lírában és az epikában is: gondoljunk csak a balladákra. Pl. a *Budai Ilona* című népballadában a címszereplő híres monológjában a sors által sarokba szorított asszony bűnbánatát fogalmazza meg:

„Immár olyan vagyok, mint út mellett a fa;

Aki ott elmegy, ágaimot rontja,

Ágaimot rontja s a sárba tapodja!” (*Budai Ilona*, népballada, udvarhelyszéki szövegváltozat – részlet)

Kövessük végig a monológ sajátosságainak megjelenését a szövegben!

A fenti idézet a ballada utolsó három sora, amelyekben Budai Ilona, a kegyetlen anya elpanaszolja, hogy kivetette magából a közösség meggondolatlan tette miatt: inkább elhagyta gyermekeit, minthogy a kincses ládájától megváljon. Bűne jóvátehetetlen: gyermekei többé már nem tekintik anyjuknak. Magányosan, a világtól megvetve kell élnie ezután. Ez a három sor akár önálló kesergőként is megállná a helyét.

Végig megfigyelhetjük az **egyes szám első személyű megfogalmazást**, az **erős érzelmi intenzitás** a tragikus hős helyzetéből fakad. Ezt segíti a nyelvi megformáltság is: a felkiáltó mondatok jelenléte (más esetekben a kérdő, a felszólító, illetve a kérdő-felkiáltó), az ismétlés, a fokozás (Más monologikus szövegekben megfigyelhető sokszor a **szabálytalan, hiányos mondatszerkesztés**, amely az érzelmi hullámzást követi.)

Fontos megkülönböztetni az egyes szám első személyű elbeszélést a monológtól! Míg az első a történet mesélésére összpontosít, addig a másodikban az érzelemkifejezés az uralkodó.

## FELADATOK

1. **Alakítsd át Lázár Ervin – az előbbieken idézett – *A fájós fogú oroszlán* című írásában a párbeszédese részeket E/3. személyű elbeszéléssé!**

2. Az alábbiakban Boldizsár Ildikó *A színes árnyékok* című meséjéből olvashatsz egy részletet. **Az elbeszélő mondatokat alakítsd át párbeszéddé!**

„Az árnyékok sugdolózni kezdtek egymás között:

– Mi nem akarjuk többé követni az embereket!

Így hát azon kezdték törni árnyékfejük, hogyan szabadulhatnak meg tőlük. A kisfiú árnyéka azt eszelte ki, hogy délben, amikor a legkisebbre kell zsugorodniuk, töpörödjenek kicsire, és ne kezdjenek növekedni, amikor a nap továbbindul az égen. De a többiek nem akarták ezt, mert attól féltek, hogy örökre kicsik maradnak. A mesemondó árnyéka azt találta ki, hogy bújjanak álruhába. Elmesélte, hogy az állatok között is vannak álruhás állatok. (...) A tudós árnyéka elmagyarázta, hogy a tövises sáska a levelekhez tud hasonlítani, a botsáska a fák ágaihoz, az üvegsünger pedig a víz színéhez. (...)”

3. **Folytasd 5-6 mondatos párbeszéddel a következő szövegrészetet! Legalább két esetben használj átkötő, azaz idéző mondatot is!**

*Fekete Világkerülő Ember nem szerette a színeket. Hiába udvarolt neki a kék, könyörgött a piros, sírdogált a halvány rózsaszín, Világkerülő mindenütt csak a feketét kereste. (Boldizsár Ildikó nyomán)*

4. **Javítsd ki az alábbi párbeszéd hibás részeit!**

a. – Leszel-e a feleségem? – kérdezte az ördög a lánytól.

– Eszem ágában sincs – felelte a lány.

– Miért? Talán nem tetszem neked? – kérdezte az ördög.

– Eltaláltad – felelte a lány –, csúf vagy, mint az ördög.

– És ha szép lennék? – kérdezte az ördög.

– De nem vagy az! – felelte a lány.

b. – Találkoztál egy valódi királyfival? – érdeklődött megilletődött arcocskával a kislány.

– Igen – fecsegte megállás nélkül a nagylány.

– Koronája is volt? – a kicsinek elállt a szája bámulatában.

– Aranyból – harsogta szerényen a nagy.

– Beszéltél is vele? – toldotta meg a kislány.

A nagylányból csak úgy ömlött a szó:

– Ühüm.

5. **Írd meg a 3. feladat Világkerülő Emberének 12-15 mondatos monológját az adott helyzetben!**



# MEGOLDÁSI ÚTMUTATÓ

## 14. gyakorló feladatsor (<https://rocnee.eu/testeantrenament>)

### Hasznos tanácsok a vizsgafeladatok kidolgozásához:

- Használd ki a rendelkezésedre álló időt!
- A megadott szövegeket figyelmesen kell elolvasnod, úgy, hogy megértsd az olvasottakat. Amennyiben a szöveg hosszabb terjedelmű vagy bonyolultabb felépítésű, és belegabalyodsz az olvasottakba, még egyszer, akár többször is neki kell rugaszkodnod az olvasásnak. Érdemes mindig attól a résztől újratekned az olvasást, ahol elakadtál a megértésben.
- A figyelmes elolvasás a felhívó szövegekre is vonatkozik. Pontosan meg kell értened, hogy mit kér a feladat, és az utasításoknak megfelelően kell dolgoznod.
- A megoldások kidolgozásánál használhatod a piszkozatlapot. Ezen a lapon rendszerezheted gondolataidat, javíthatasz, átfogalmazhatod az ötleteidet. Vigyázz, az értékelésnél csak azt veszik figyelembe, amit a vizsgalapról írtál!
- A fogalmazások elkészítésénél érdemes először vázlatot készítened (a piszkozatlapra), és a vázlat alapján dolgoznod a kész szövegen (a vizsgalapon).
- Törekedj a pontos, egyértelmű, nyelvi igényes fogalmazásra! Ne feledkezz meg a helyesírásról sem!
- A megoldásaidat **át kell nézned**, a tévedéseidet a felvívó tanárok utasításainak megfelelően javíthatod ki.

I.

45 pont

### Olvasd el figyelmesen az alábbi szöveget, válaszolj a hozzá kapcsolódó kérdésekre, oldd meg a feladatokat!

„Nagymama imádta a varrást, még a foltozást is, nemhogy ilyen gyönyörű munkát. Nagymamának a varrás volt a pihenése, a szórakozása, a legjobb mulatsága. Most csak nézett maga elé, észre se vette, hogy a kasmír a földre lóg, leér a parkettra, azt sem, hogy négy elmúlt, a ruha még nincs kész – semmit. Még a gyöngyöt se fűzte fel teljesen, ott villogtak az ölében a színes gömbök egy bádogdobozban. Nagymama mozdulatlanul ült a nagyszékben, renyhén, mint valami mesebeli, lusta vén tündér. Az ő mindig öltögető Nagymama!”

Ez volt a szép szobájuk, itt fogadtak vendéget, itt állt a vitrin Nagymama porcelánkutyá-gyűjteményével s a zongora, amely most a kasmírterítő nélkül furcsán kopasznak hatott; rajta a Zsuzsa képe, a tizenhét éves Zsuzsáé, aki fehér ruhában támaszkodott valami oszlopnak. Műtermi felvétel volt, Apa csinálta ezt is. Zsuzsa nagy, fekete haja persze nem divatos, olyan, ahogy az emberek negyvenkettő nyarán hordták, oldalt elválasztott, majdnem vállig érő, hullámos. De még ez a régimódi frizura se rontja a kép hatását, nem változtat a bátor, komoly tekintet szépségén, a homlok ívén, az arc finom oválisán. [...]

Zsuzsa gyönyörű lehetett. Gyönyörű!

Azért az nagyon különös, hogy valaki így szólítsa az édesanyját: Zsuzsa. Ő voltaképpen hasonlít hozzá, csak neki „rendes” haja van, amilyen kell, kurta, gyűrűs, mint a fiuké. Lehet, hogy ő is szép? Á, butaság! A vonások hasonlósága nem jelent semmit. Sajnos, Zsuzsa más. Sokkal több van az arcában, mint neki, valami mélység, komolyság, valami kifejezhetetlen. Vagy csak azért, mert az ember tudja, hogy Zsuzsa már nem él?

Van valami baj talán, amiről neki nem szóltak? Mért nem varr a Nagymama?

Soha, amióta élt, tizenöt éve, nem látta ilyennek. Nagymama úgy öltöget, ahogy a madár toroka be nem áll, Nagymamának ez olyan kifejezési formája, mint a macskának a dorombolás: ez jelzi, hogy rendben van minden, az ebéd fő, nincsenek különösebb anyagi problémák, a parkettbeeresztés sikerült, a kimosott ruha fehér, Kriszti jól felelt, vagy itt a tavasz, ki lehet vinni a virágokat az erkélyre.

Csak nem beteg?

Becsapta a fűzetét, bámulta az öregasszonyt. Nagymama háttal ült neki, de megérezhette a pillantását, mert megfordult, elvörösödött, s büntudatosan felkapta a karját, a félig kész gyöngyfüzerek összekocódtak. Kriszti keze hirtelen olyan hideg lett, mint egyszer kémiaórán, mikor a lombik szétcsattant a láng felett, és azt hitte, Burger tanár úr megsebesült. Mert Nagymama sárgás, furcsán száraz arcán gurultak a könnyek.

Nagymama sose sírt.

Se bajtól, se szomorúságtól, még érzékeny pillanatoktól se – vagy a Zsuzsa sírjánál. Nem olyan volt, mint Igazgatónéni, aki mindig könnyezett, ha valami meghiúsult, ha a nyolcadikosok ballagtak, vagy az énekkar valami igazán szépet énekelt. Nagymama nem könnyezett semmiért. Azt mondta, ami könnye volt, elsírta negyvenötben. Kriszti csak állt és nézte. A könnyecseppek és a gyöngyök egyszerre fénylettek felé, Nagymama elővette a zsebkendőjét, a dobozka megrezzent az ölében, kidőlt, a gyöngyök szertegurultak a szőnyegen.” (Szabó Magda: *Álarcosbál* – részlet)

**1. feladat:** Mit tudunk meg a szobában levő szereplőkről?

**A feladat megoldásának első lépése, hogy megfigyeljük, kik a szobában levő szereplők. Vigyázzunk arra, hogy csak a valóban megjelenő hősökről (ez esetben a nagymama és Kriszti) kell írunk. Azokról a személyekről, akikről csak beszélnek, vagy csak gondolnak rájuk (itt Zsuzsa, Kriszti édesanyja), de nincsenek a szobában, ezúttal nem tárgyalunk.**

Ezután kikeressük a szövegből azokat a részeket, amelyekből megtudunk a két szereplőről *valamit*. Ezek az információk *közvetlenül* is megjelenhetnek a szövegben az elbeszélői bemutatásokból, de vannak olyan információk is, amelyeket *nekünk kell kikövetkeztetnünk* a hősök viselkedése, beszéde, gondolkodása alapján. A kidolgozásban észrevételeinket mindig igazoljuk a szöveg odaillő részleteivel, akár idézhetünk is.

### LEHETSÉGES MEGOLDÁS:

A szobában Kriszti és nagymamája tartózkodik. A nagymamáról a részletből megtudjuk, hogy *szeret varrni*, de most valamilyen esemény (az nem derül ki itt, hogy mi), kizökkentette a nyugalmából, és üres tekintettel, tétlenül, mozdulatlanul bámul maga elé, majd el is sírja magát. Az öregasszony a *varrás által fejezi ki az érzelmeit*: „*ez jelzi, hogy rendben van minden.*”, és *erős lélek*, hiszen eddig Kriszti soha nem látta sírni, amint az elbeszélőtől megtudjuk, „*ami könnye volt, elsírta negyvenötben*”.

Az olvasás során észrevehetjük, hogy Kriszti *nem ismeri az édesanyját*, csak fényképről. („*Zsuzsa gyönyörű lehetett.*”) A lány *tépelődő alkat*, erről tanúskodik belső monológja, melyben édesanyja fényképéhez hasonlítja magát. Innen értesülünk a lány kinézetéről: „*kurta, gyűrűs*”, „*fiús*” haja van, és hogy saját arcát nem tartja annyira kifejezőnek, mint az édesanyját. *Szorong* nagyanja esetleges betegsége miatt, *figyel rá*, fontos neki.

**2. feladat:** Mutass be két olyan témát, amelyről Kriszti gondolkodik!

**Ahhoz, hogy meg tudjuk nevezni a két témát, újra kell olvasnunk Kriszti belső monológját. A belső monológ egy olyan szövegfajta, ahonnan értesülhetünk a hős gondolatairól, érzéseiről, vívódásairól.**

### LEHETSÉGES MEGOLDÁS:

Kriszti az édesanyjára gondol, akit nagyon különlegesnek lát. Mivel csak egy fényképről ismeri, édesanyja portréját nézegetve úgy véli, hogy „*Sokkal több van az arcában, mint neki, valami mélység, komolyság...*”

Aggasztja nagymamája megváltozott viselkedése, arra gondol, hogy nem szokott sírni: „*Nagymama nem könnyezett semmiért.*”, még Zsuzsa sírjánál sem érzékenyül el.

**3. feladat:** Értelmezd a következő kijelentéseket: *kopasznak hatott; nem rontja a kép hatását; úgy öltöget, ahogy a madár torka be nem áll; megérezhette a pillantását; szétcsattant a láng felett!*

**Egy szó vagy kifejezés jelentése a szövegkörnyezetből derül ki, előfordulhat, hogy ugyanaz a szó vagy kifejezés egy másik mondatban teljesen más jelentést kap. Vissza kell tehát térnünk a szöveghez, ki kell keresnünk, hol, milyen mondatban fordul elő a megadott kifejezés, és a teljes gondolat alapján fogalmazzuk meg értelmezésünket.**

### LEHETSÉGES MEGOLDÁS:

„*a zongora, amely most a kasmírterítő nélkül furcsán kopasznak hatott...*” = üresnek, sivárnak tűnt

„*De még ez a régimódi frizura se rontja a kép hatását, nem változtat...*” = a fénykép ugyanolyan kifejező marad a di-vatjamúlt hajviselettől függetlenül

„*Mért nem varr a Nagymama? Soha, amióta élt, tizenöt éve, nem látta ilyennek. Nagymama úgy öltöget, ahogy a madár torka be nem áll*” = vidáman, gyorsan, folyamatosan, megszakítás nélkül varrogat

„*Nagymama háttal ült neki, de megérezhette a pillantását, mert megfordult elvörösödött...*” = észreveszi, hogy valaki nézi

„*mikor a lombik szétcsattant a láng felett*” = eltörött, a hő hatására szétrobbant

**4. feladat:** Mire/kire használja a szöveg a *szép* és a *gyönyörű* szavakat? Értelmezd őket!

**Kikeressük a szövegből a két megadott szót, figyelve arra, hogy mihez/kihez kapcsolódnak. Csak ezután (a kapcsolat felfedezése után) tudunk válaszolni a kérdésre.**

### LEHETSÉGES MEGOLDÁS:

„*Ez volt a szép szobájuk, itt fogadtak vendéget, itt állt a vitrin...*”: a szövegkörnyezetből kiderül, hogy a „szép” szó itt a valószínűleg nagyobb, elegánsabb jelentésű; a szép szoba az a helyiség, ahol a család fogadja a vendégeket.

„*Lehet, hogy ő is szép?*”: ebben a kérdésben a vonzó külsőről van szó

„*...az énekkar valami igazán szépet énekelt.*”: ebben a kijelentésben a kellemes hangzású, gyönyörködtető énekekre kell gondolnunk.

„*Nagymama imádta a varrást, még a foltozást is, nemhogy ilyen gyönyörű munkát. (...) Most csak nézett maga elé, észre se vette, hogy a kasmír a földre lóg...*”: ebben a szövegkörnyezetben a kiemelt szó a „kellemes”, „örömet szerző” jelentéseket veszi fel

„*De még ez a régimódi frizura se rontja a kép hatását, nem változtat a bátor, komoly tekintet szépségén, a homlok ívén, az arc finom oválásán. [...] Zsuzsa gyönyörű lehetett. Gyönyörű!*”: itt a kellemes külsőről, a finom arcvonásokról van szó.

5. feladat: Írj ki a szövegből egy-egy példát a következő szószerkezetekre: mellérendelő, hozzárendelő, tárgyas, határozós, jelzős!

A feladat helyes megoldásához fel kell elevenítenetek az egyszerű mondat szerkezetéről tanultakat. A mellérendelő szószerkezeteknek öt fajtája van: kapcsolatos, ellentétes, választó, következtető és magyarázó. A feladat csak egyetlen mellérendelő szószerkezet kikeresését kéri; ha találatok egyet, akkor léphetek is tovább. A jellegzetes kötőszók alapján könnyedén felfedeztek a szövegben egy mellérendelő szerkezetet.

A hozzárendelő szerkezeetről tudjuk, hogy az az alany – állítmány kapcsolatát jelöli.

Az alárendelő szószerkezeteket a sajátos kérdések alapján ismeritek fel. A tárgyas szószerkezet bővítménye a *kit?* kérdésre válaszol, a határozós a *hol? hová? mikor? stb.*, a jelzős pedig a *milyen? mekkora? hány? stb.* kérdésekre. A feladat megoldásakor figyeljete oda arra, hogy pontosan tüntessétek fel a vizsgalapon a kikeresett szószerkezet fajtáját, mert csak így fogadható el a megoldás.

### LEHETSÉGES MEGOLDÁS:

(kapcsolatos) mellérendelő szószerkezet: *a vitrin s a zongora*

hozzárendelő szószerkezet: *nagymama imáda*

tárgyas szószerkezet: *imáda a varrást*

(idő)határozós szószerkezet: *elsírta negyvenötben*

(minőség)jelzős szószerkezet: *gyönyörű munkát*

6. feladat: Elemezd a következő egyszerű mondatot, és készítsd el az ágrajzát!

*A vonások hasonlósága nem jelent semmit.*

Az egyszerű mondat elemzése során kikeressük és megnevezzük a mondatrészeket. Az ágrajz elkészítése az egyes mondatrészek egymáshoz való kapcsolódásának ábrázolását jelenti.

Első lépésként a hozzárendelő szerkezetet, vagyis a mondat alanyát és állítmányát keresd ki, ezután figyelj meg, hogy miképpen kapcsolódnak a bővítmények a fő mondatrészekhez.

Jusson eszedbe, hogy önálló mondatrész értéket csak az alapszófajok kaphatnak, a többiek (viszonyzó és mondatzó) nem.

MEGOLDÁS:

hasonlósága: alany

a vonások: birtokos jelző

nem jelent: igei állítmány

semmit: tárgy



7. feladat: Írd meg a szereplők általad elképzelt 10–15 megszólalásból álló párbeszédét a történetek után!

A feladat kidolgozásánál az alábbiakat kell szem előtt tartanod:

- a párbeszéd formai sajátosságai: a szereplők (Kriszti és nagymama) mindketten részt vesznek a kommunikációban, időnként átadják egymásnak a szót; az átkötő (idéző) mondatok színesíthetik a kifejezendő tartalmat
- témataratás: figyelembe kell vened a feladatban kijelölt beszédhelyzetet, vagyis a párbeszéd témájának igazodnia kell a szobában történt eseményekhez
- hitelesség: a megadott szövegből megismerhettük a hősök jellemét, ezt a párbeszédnek tükröznie kell
- Tartsd a megadott terjedelmi elvárásokat!
- Fogalmazz igényesen, választékosan!
- Figyelj a helyesírásra is!

## II.

45 pont

Olvasd el figyelmesen az alábbi szöveget, válaszolj a hozzá kapcsolódó kérdésekre, oldd meg a feladatokat!

*A révi fazekasság kialakulását feltehetően a környék gazdag agyagtelepei segítették elő. A jellegzetes fehér agyag állítólag egész Európában csak ezen a vidéken fordul elő.*

*A jellegzetes fehér agyagot a közeli Kerebikről, a Vársonkolyos melletti Pozsoritáról bányásszák, a révi fazekasok nyelvén vetik, azaz kiássák. Ezt a műveletet ma is többen szövetkezve végzik, mert a jó agyag bizony 10 méter mélyről kerül a felszínre. Kapával, csákánnyal szedik ki, majd fából faragott kis teknővel kerül kézről-kézre adva a felszínre, és székérrel szállítják haza az úgynevezett verembe, ahol többször is megáztatják, irtókapával megásózzák, megtisztítják az idegen anyagtól. Ezután tömböket formálnak belőle, majd szelik a kaszaélből készített szelővel. Ezt követően az agyagot gurgolják, azaz fogaskerekkel működtetett két fémhengeren átörlik. Ezeket a folyamatokat a ház előtti fészterben végzik. Az agyag ezután már bekerül a műhelybe, a gyúrópad alá. Onnan veszi elő a mester, hogy meggyúrja*



- ahogy ők mondják - „felpaskolja”, hogy ne maradjon benne hólyag, majd egy edényhez szükséges agyagmennyiséget „felrögljön”. Ezután következik a leglátványosabb munkafázis: a formázás korongon. A megformálandó masszát a mester rádobja a korongra, s a „rögből” az ügyes ujjak irányítása alatt kialakul a szabályos, formás korsó, kanta, csupor stb. Egyik a másik után. Miután a mester a kiformált edényt egy fémzállal gyöngéden elválasztja a korongtól, következik a szárítás a műhelyben, vagy azon kívül.

Füles termékek esetében még a fülezést is el kell végezni. A pingálást a feleség végzi nagy szakértelemmel. A mesterség fortélyait nem tanította senki, azokat egymástól lopva kellett megtanulni, mondják a fazekasok.

A megszáradt edényeket díszítő motívumokkal pingálják, himezik a szaruból készített himző segítségével. A festékanyagot is a földből nyerik – egyfajta vasoxidból – ahogy a révi fazekasok nevezik „gangócából”. Ezt összetörik, majd vízzel keverve nyerik belőle a sötétbarna, feketés színű feséket. A már kész edényeket a kemencében, úgynevezett „püstőben” kiégetik... Az edényeket egymás mellé kör alakban, szájjal lefelé helyezik el a püstőben, majd cserepekkal csúcsosan befedik, s kezdődik a nagy szakértelmet igénylő égetés. A tűz, a füst átjárja a püstőben a gondosan egymásra rakott edényeket, azok mégis hófehérre égnek...

Az eredeti révi fazekas edények a fekete-fehér himzésűek, de újabban már mázas edényeket is készítenek, s ilyenkor, másodsor is, a mázolás után is meg kell égetni őket. A révi fazekasok nem dísz tárgyakat, hanem ma is közhasználatú cikkeket készítenek. Ezek: kanta, korsó, csobánka (rostély nélküli korsó), kalapos korsó, szilke, káposztás fazék, tejescsupor, findzsa, szűrő, virágcserep, rucaítató stb. S mint ahogy a nép minden használati tárgyát igyekezett széppé tenni, a révi fazekasok is a lelküket lehelik a legegyszerűbb korsókba is. (erdelyiturizmus.hu)

**1. feladat:** Fogalmazd meg egy mondatban a szöveg témáját!

**Ahhoz, hogy egy mondatban megfogalmazhassuk a szöveg témáját, meg kell állapítanunk, hogy mi a szöveg legáltalánosabb gondolata, tehát, hogy miről szól a szöveg.**

### LEHETSÉGES MEGOLDÁS:

A szöveg témája a révi fazekak, kerámiák készítése, a jellegzetes fehér agyag megmunkálásának folyamata.

**2. feladat:** Hogyan jutnak a révi fazekasok az agyaghoz?

**Az ilyen típusú kérdésekre a választ egyszerűen ki kell keresnünk a szövegből.**

### LEHETSÉGES MEGOLDÁS:

A révi fazekasok bányászás útján jutnak az agyaghoz. Kiássák, azaz ahogyan ők mondják: vetik. Ezt a műveletet ma is többen együtt végzik, mert a jó agyag 10 méternyi mélyről kerül a felszínre. Kapával, csákánnyal szedik ki, majd fából faragott kis teknővel kézzel kézzre adva jut fel, és székérral szállítják haza.

**3. feladat:** Milyen eszközök szükségesek az agyag kitermeléséhez? Írd ki a vizsgalapra a helyes válasz betűjelét!

**Ahhoz, hogy meg tudjuk jelölni a helyes választ, ki kell keresnünk a szövegből azokat az információkat, amelyek szükségesek a válaszadáshoz.**

### MEGOLDÁS:

b. (kapa, csákány, fateknő)

**4. feladat:** Melyek IGAZAK és melyek HAMISAK a következő megállapítások közül? Jelöld őket a vizsgalapon!

a. A munkafolyamat leglátványosabb fázisa a korongozás.

b. A révi fazekas edények színesek.

c. A korongozáshoz szükséges agyagot a ház előtti fészkerben készítik elő.

d. A pingálást a feleség végzi.

e. A révi fazekasok szakiskolában tanulták a mesterséget.

**Ennél a feladatnál olvassuk újra azokat a szövegrészeket, amelyek az adott mondatok igazságtartalmát igazolják vagy cáfolják!**

### MEGOLDÁS:

a. IGAZ („Ezután következik a leglátványosabb munkafázis: a formázás korongon.”)

b. HAMIS („Ezt összetörik, majd vízzel keverve nyerik belőle a sötétbarna, feketés színű festéket.”)

c. IGAZ („Ezeket a folyamatokat a ház előtti fészkerben végzik.”)

d. IGAZ („A pingálást a feleség végzi nagy szakértelemmel”)

e. HAMIS („A mesterség fortélyait nem tanította senki, azokat egymástól lopva kellett megtanulni”)

**5. feladat:** Milyen edények készülnek a korongon? Nevezd meg őket!

**Az ilyen típusú kiegészítendő kérdésekre a választ könnyen megtaláljuk a szövegben.**

### MEGOLDÁS:

Korongon készül a kanta, a korsó, a csobánka (rostély nélküli korsó), a kalapos korsó, a szilke, a káposztás fazék, a tejescsupor, a findzsa, a szűrő, a virágcserep, a rucaítató.

**6. feladat:** Értelmezd a szöveg alapján a következő szavakat!

gurgolják, felpaskolja, gangóca, püstő, csobánka

**A megoldásokat egyszerűen ki kell keresni a szövegből.**

**MEGOLDÁS:**

gurgolják: fogaskerekekkel működtetett két fémhengeren átörlik

felpaskolja: hólyagmentesre gyúrja

gangóca: egyfajta vasoxid

püstő: kemence

csobánka: rostély nélküli korsó

**7. feladat:** Hogyan díszítik a révi kerámiákat? Fogalmazd meg válaszodat egy mondatban!

**MEGOLDÁS:**

A megszáradt edényeket díszítő elemekkel festik ki, azaz hímezik a szaruból készített hímző segítségével.

**8. feladat:** Értelmezd a következő kijelentést!

*S mint ahogy a nép minden használati tárgyát igyekezett széppé tenni, a révi fazekasok is a lelkiüket lehelik a legegyszerűbb korsókba is.*

**LEHETSÉGES MEGOLDÁS:**

Az emberek a legegyszerűbb használati tárgyakat, hétköznapi eszközeiket is gondosan megmunkálták, szép külsőt kölcsönöztek nekik, minden tudásukat felhasználva igyekeztek munkájukkal széppé varázsolni környezetüket. A fazekasok is az általuk készült tárgyakat rendszerint kidíszítették, hogy aztán örömeiket lellessék bennük, lelket lehettek beléjük.

**9. feladat:** Milyen edényt készítenél a révi fazekasok műhelyében? Indokold válaszodat!

**Ez a feladat nemcsak egy egymondatos választ kér a feltett kérdésre, hanem egy gondolat kifejtését. Fontos, hogy megfelelően indokold a választásodat.**

**A megszövegezésben az alábbiakat kell szem előtt tartanod:**

- Kerüld a szóismétléseket!
- Írásműved legyen gondolatgazdag!
- Törekedj a pontos, kifejező fogalmazásra!









A jelen kiadvány az online oktatásból kimaradt nyolcadik osztályos tanulók vizsgára történő felkészülésének támogatását szolgálja.

Létrejött Hargita megye Tanácsa kezdeményezésére és támogatásával,  
Hargita megye Tanfelügyelősége szakmai koordinálása és Kovászna megye Tanfelügyelősége szakmai partnersége eredményeként.

\*

Prin prezenta publicație inițiatorii proiectului doresc să sprijine în primul rând pregătirea pentru Evaluarea Națională a elevilor din clasa a 8-a care nu au avut posibilitatea să participe la învățământul în mediul online.

Un proiect inițiat și finanțat de Consiliul Județean Harghita, realizat prin coordonarea de specialitate a Inspectoratului Școlar Județean Harghita, în parteneriat cu Inspectoratul Școlar Județean Covasna.

\*

### **Echipa proiectului / A projektcsapat tagjai**

#### **Coordonatori proiect/Projekt koordinátorok:**

Ferencz-Salamon Alpár,

consilier județean /megyei önkormányzati képviselő

Demeter Levente,

inspector școlar general – jud. Harghita / főtanfelügyelő - Hargita megye

Kiss Imre,

inspector școlar general – jud. Covasna / főtanfelügyelő - Kovászna megye

### **Echipele de lucru/Szakmai csapatok**

#### **Limba și literatura română**

Bartolf Hedwig

Bandas Luminița-Ramona

Bors Kinga

Császár Tünde Márta

#### **Magyar nyelv és irodalom**

Bogács Nóra Ágnes

Kórmíves Noémi

Orbán Boróka

#### **Matematică/Matematika**

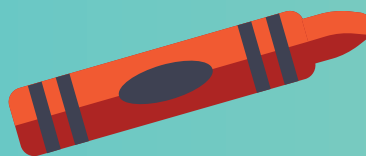
Hodgyai László

Simon József

Traducere în limba română/Román nyelvre fordította:

Hodgyai Mária Magdolna és Hodgyai László

$E=mc^2$



Consiliul Județean Harghita  
Harghita Megye Tanácsa



Asociația pentru Județul Harghita  
Harghita Megyeért Egyesület



INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN HARGHITA  
HARGHITA MEGYE  
TANFELÜGYELŐSÉGE



INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN KOVÁSZNA  
KOVÁSZNA MEGYE TANFELÜGYELŐSÉGE



MINISTERUL EDUCAȚIEI ȘI CERCETĂRII