

CONCURSUL JUDEȚEAN „POEZIA MINȚII” BAREM DE CORECTARE clasa a V-a

Barem de corectare

- I. 1) D 2) D 3) B 4) C

Subiectul II

Problema 1

Suntem un șir de prieteni: 1, 3, 7, 15, 31,..... La fiecare trecere de la un prieten la următorul, diferența dintre noi se dublează.

- a) Eu sunt al zecelea termen. Găsește-mă!
b) Unul dintre noi are valoarea 4095. Al câtelea este în șir?
c) Unii dintre noi sunt „veseli” pentru că sunt divizibili cu 5. Dacă suntem numai 100 prieteni, câți dintre ei sunt „veseli”? (GM-2023)

BAREM

1. a) Observăm că termenii șirului sunt diferența între o putere a lui 2 și 1
 $a_1 = 2^1 - 1, a_2 = 2^2 - 1, a_3 = 2^3 - 1, \dots, a_n = 2^n - 1, \dots$ 4p
Deci al 10-lea termen este $a_{10} = 2^{10} - 1 = 1023$ 3p
b) Dacă $a_n = 2^n - 1 = 4095, \dots$ 3p
avem $2^n = 4096$, deci $n=12$ deci 4095 este al 12-lea termen al șirului.....4p
a) dacă $n=4k$, atunci $u(2^n-1)=5$
dacă $n=4k+1$, atunci $u(2^n-1)=1$
dacă $n=4k+2$, atunci $u(2^n-1)=3$
dacă $n=4k+3$, atunci $u(2^n-1)=7, \dots$ 3p
Deci termenii divizibili cu 5 sunt cei cu indice multiplu al lui 4
Deci avem $100:4=25$ de termeni ”veseli”.....3p

Problema 2

Calculați a-b, știind că a și b sunt numere naturale nenule și

$$\frac{a}{b} + \frac{a+1}{b+1} + \frac{a+2}{b+2} + \dots + \frac{a+2023}{b+2023} = 2024$$

Barem:

Dacă $a > b$, atunci $\frac{a}{b} > 1, \frac{a+1}{b+1} > 1, \frac{a+2}{b+2} > 1, \dots, \frac{a+2023}{b+2023} > 1$
deci suma lor va fi > 20243p

Dacă $a < b$, atunci $\frac{a}{b} < 1, \frac{a+1}{b+1} < 1, \frac{a+2}{b+2} < 1, \dots, \frac{a+2023}{b+2023} < 1$

deci suma lor va fi < 20243p

Dacă $a=b$ atunci

$$\frac{a}{b} + \frac{a+1}{b+1} + \frac{a+2}{b+2} + \dots + \frac{a+2023}{b+2023} = 1 + 1 + 1 + 1 + \dots + 1 = 2024, \text{ iar } a-b=0. \dots 4p$$