CONCURSUL JUDEȚEAN „POEZIA MINȚII”
BAREM DE CORECTARE
clasa a VIII-a

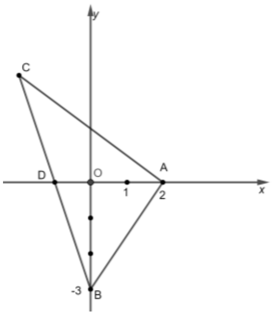
Subiectul I – *Pentru întrebările 1-6 scrieți pe lucrare litera corespunzătoare răspunsului corect: (4 x 5 puncte = 20 puncte)*				
1. Numărul natural n pentru care $\frac{1}{\sqrt{2}+1}+\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}+\cdots+\frac{1}{\sqrt{n+1}+\sqrt{n}}=44$ este:				
A. 2022	**B.** 2023	**C.** 2024	**D.** 2025	
2. Cifrele a care verifică relația: $\overline{a3}\cdot\overline{a1}+1=\overline{a2}^2$ sunt:				
A. 1 *și* 9	**B.** $2,4,6$ *și* 8	**C.** $1,3,5,7,9$	**D.** $1,2,3,4,5,6,7,8,9$	
3. Fie prisma patrulateră regulată $ABCDA'B'C'D'$, cu latura bazei $AB=6\,cm$ și $AA'=3\sqrt{6}$ cm. Notăm cu M,N centrele fețelor $ABB'A$, respectiv $BCC'B'$. Tangenta unghiului dintre dreptele MN și AC' este:				
A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$	**B.** $\frac{2}{\sqrt{3}}$	**C.** $\sqrt{3}$	**D.** 2	
4. O cutie plină cu suc de caise are forma unui paralelipiped dreptunghic $ABCDEFGH$ cu $AE=20\,cm$, $AB=12\,cm$ și $AD=5\,cm$. Tot sucul se toarnă în pahare de $200\,ml$. Numărul paharelor umplute cu sucul din cutie, este egal cu:				
A. 5	**B.** 6	**C.** 12	**D.** 10	

Subiectul II

1. Se consideră funcțiile $f:\mathbb{R}\longrightarrow\mathbb{R}, f(x)=x-2$ și $g:\mathbb{R}\longrightarrow\mathbb{R}, g(x)=2x-3$. Într-un sistem de axe ortogonale xOy determinați coordonatele punctului C știind că O este centrul de greutate al triunghiului ABC, A este punctul de intersecție al reprezentării grafice a funcției f cu axa Ox, iar B este punctul de intersecție al reprezentării grafice a funcției g cu axa Oy.

Soluție:

$G_f\cap Ox: f(x)=0\Rightarrow x=2\ \Rightarrow G_f\cap Ox=\{A(2,0)\}\Rightarrow OA=|2|=2\ldots 2p$



$G_g\cap Oy: x=0\Rightarrow g(0)=-3\Rightarrow G_g\cap Oy=\{B(0,-3)\}\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots 2p$

$Reprezentarea\ grafică\ a\ punctelor\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots .2p$

$\left.\begin{array}{r} fie\ \{D\}=AO\cap BC \\ O-centru\ de\ greutate\ al\ \Delta ABC\end{array}\right\}\Rightarrow$

$\Rightarrow AD-mediană\ și\ OD=\frac{OA}{2}\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots .2p$

$\left.\begin{array}{r} AD-mediană \\ O-centru\ de\ greutate\ al\ \Delta ABC\end{array}\right\}\Rightarrow$

$O\ se\ află\ între\ A\ și\ D, D\in Ox\ deci\ D(x_D,0)\ iar\ x_D<0\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots 1p$

$OD=\frac{OA}{2}\ \Rightarrow OD=1\ \Rightarrow |x_D|=1\Rightarrow x_D=-1\ \Rightarrow D(-1,0)\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots 1p$

$AD-mediană\Rightarrow D-mijlocul\ segmentului\ BC\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots 1p$

$$x_D = \frac{x_B + x_C}{2} \Rightarrow -1 = \frac{0 + x_C}{2} \Rightarrow x_C = -2 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots .2p$$
$$y_D = \frac{y_B + y_c}{2} \Rightarrow 0 = \frac{-3 + y_C}{2} \Rightarrow y_C = 3 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots 2p$$

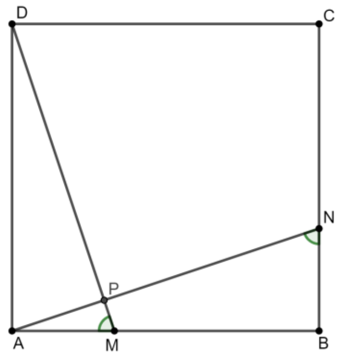
2. Se consideră cubul $ABCDA'B'C'D'$ cu $AB = 6\ cm$, punctele M și N pe muchiile AB, respectiv BC astfel încât $AM = BN = 2\ cm$ iar $DM \cap AN = \{P\}$.

a) Arătați că $DM \perp AN$.

b) Calculați distanța de la punctul A la planul $(A'MD)$.

Soluție:

a) Desen/desene corecte ……………………………………………………… $1p$



$\Delta AMD(\sphericalangle DAM = 90°)$și $\Delta BNA(\sphericalangle ABN = 90°)$

$$\left.\begin{array}{l} -DA \equiv AB \\ -AM \equiv BN \end{array}\right\} \overset{CC}{\Rightarrow} \Delta AMD \equiv \Delta BNA \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots . 1p$$

$\Rightarrow \sphericalangle DMA \equiv \sphericalangle ANB$ (1) ……………………………………………..$1p$

ΔAMP și ΔANB

$$\left.\begin{array}{l} -\sphericalangle PMA \equiv \sphericalangle ANB \\ -\sphericalangle PAM \equiv \sphericalangle NAB \end{array}\right\} \overset{UU}{\Rightarrow} \Delta AMP \sim \Delta ANB \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots 1p$$

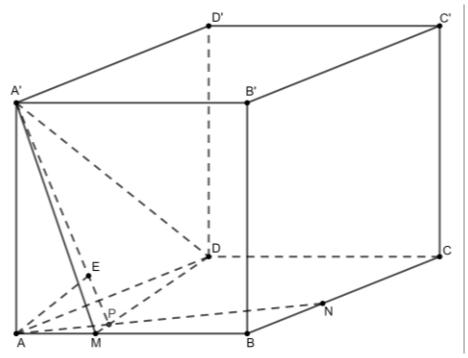
$\Rightarrow \sphericalangle APM \equiv \sphericalangle ABN \Rightarrow \sphericalangle APM = 90°$ ……………………………… $1p$

$\Rightarrow DM \perp AN$ ……………………………………………………………... $1p$

sau

$$\left.\begin{array}{c} din\ (1): \sphericalangle DMA = \sphericalangle ANB = x \xRightarrow{în\ \Delta BNA(\sphericalangle ABN = 90°)} \sphericalangle BAN = 90° - x \\ În\ \Delta APM: \sphericalangle APM = 180° - (\sphericalangle PAM + \sphericalangle PMA) \\ \sphericalangle APM = 180° - (x + 90° - x) = 90° \\ \Rightarrow DM \perp AN \end{array}\right\} \ldots 6p$$

b)



$$\left.\begin{array}{c} A'A \perp (ABC) \\ AP \perp DM, DM \subset (ABC) \end{array}\right\} \overset{T3P}{\Longrightarrow} A'P \perp DM \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots 1p$$

$$\left.\begin{array}{c} AP \perp DM, DM \subset (A'MD) \\ A'P \perp DM, A'P \subset (A'MD) \\ Fie\ AE \perp A'P \end{array}\right\} \overset{R2T3P}{\Longrightarrow} AE \perp (A'MD) \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots 2p$$

$\Rightarrow d\big(A, (A'MD)\big) = AE$ ………………………………………………………… $1p$

$În\ \Delta AMD(\sphericalangle DAM = 90°)\ din\ Pitagora \Rightarrow DM = 2\sqrt{10}$ …… $1p$

$$AP = \frac{AM \cdot AD}{DM} \Rightarrow AP = \frac{3\sqrt{10}}{5} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots 1p$$

$$În\ \Delta A'AP(\sphericalangle A'AP = 90°)\ din\ Pitagora \Rightarrow A'P = \frac{3\sqrt{110}}{5} \ldots\ldots 1p$$

$$AE = \frac{AA' \cdot AP}{A'P} \Rightarrow AE = \frac{6\sqrt{11}}{11} \Rightarrow d\big(A, (A'MD)\big) = \frac{6\sqrt{11}}{11} \ldots\ldots\ldots 2p$$