

EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a

Matematika

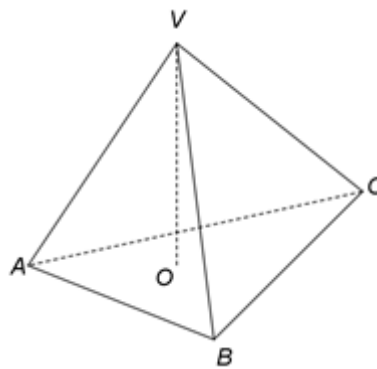
11. test

- Minden tétel kötelező. 10 pont jár hivatalból.
- A munkaidő 2 óra.

I. TÉTEL – A vizsgalapra csak az eredményeket írjátok le.

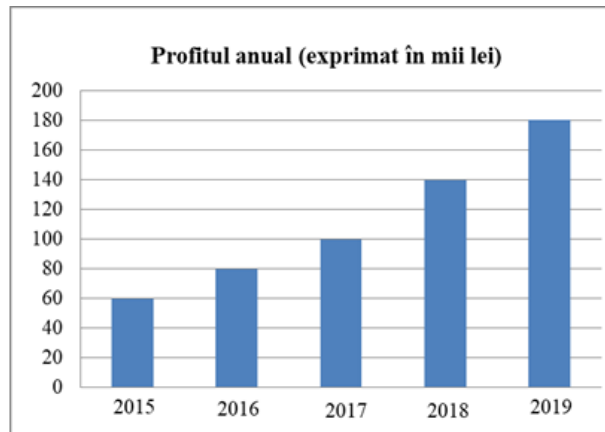
(30 pont)

- 5p 1. A  $2 \cdot 10 - 10 : (1 + 4)$  művelet sor eredménye ...
- 5p 2. Ha  $\frac{2a}{9} = \frac{4}{3b}$ , akkor a  $a \cdot b - 2$  szám értéke ...
- 5p 3. A  $[-1, 2)$  intervallumban található egész számok négyzetének az összege ...
- 5p 4. Az  $ABCD$  négyzet oldalának hossza 5 cm. Ennek a négyzetnek kerülete ... cm.
- 5p 5. Az 1. ábrán egy  $VABC$  háromoldalú gúla található, melynek magassága  $VO$ . A  $VO$  és  $AB$  egyenesek által közrezárt szög mértéke ...°.



1. ábra

- 5p 6. Az alábbi diagram egy cég éves nyereségét mutatja be, ezer lejb kifejezve, az utóbbi öt évben.



A diagramban szereplő információk szerint, a cég nyereségének utóbbi öt éves átlaga ... ezer lej.

II. TÉTEL – A vizsgalapra írjátok le a teljes megoldást.

(30 pont)

- 5p 1. Ábrázoljátok a vizsgalapon egy  $ABCD$  egyenlő szárú trapézt, melyben  $AB \parallel CD$ .
- 5p 2. Határozzátok meg az  $N = \overline{abc} + \overline{bca} + \overline{cab}$  természetes szám legnagyobb értékét, tudva, hogy  $a$ ,  $b$  és  $c$  egymástól különböző számjegyek.
- 5p 3. Egy turista három nap alatt járt be egy útvonalat. Első nap bejárta az útvonal 40%-át, második nap a maradék távolság  $\frac{5}{6}$  részét, a harmadik napon pedig a maradék 3 km-t. Számítsátok ki a három nap alatt bejárt útvonal hosszát.

4. Adottak az  $a = \left( \frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{2}{\sqrt{12}} + \frac{3}{\sqrt{27}} + \frac{4}{\sqrt{48}} \right) : \frac{2}{3}$  és  $b = \frac{\sqrt{26^2 - 10^2}}{\sqrt{20^2 - 16^2}} \cdot \frac{3\sqrt{2}}{2}$  valós számok.

5p a) Igazoljátok, hogy  $a = 2\sqrt{3}$ .

5p b) Számítsátok ki:  $(a+b)|a-b|$ .

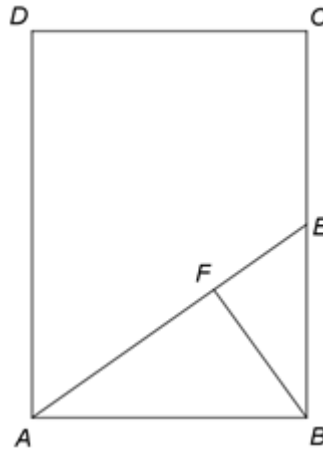
5p 5. Adott az  $E(x) = x(3x-2)^2 - 2(x^2-2x)(3x-2) + x(x^2-4x+4)$  kifejezés, ahol  $x$  egy valós szám.

Mutassátok ki, hogy bármely  $a$  valós számra  $E(-a) + E(a) = 0$ .

**III. TÉTEL - A vizsgalpra írtátok le a teljes megoldást.**

**(30 pont)**

1. A 2. ábrán egy  $ABCD$  téglalapot ábrázoltunk, melyben  $AB = 10\sqrt{2}$  cm,  $BC = 20$  cm. Adott az  $E$  pont, mely a  $BC$  oldal felezőpontja, és az  $F$  pont, mely az  $AE$  szakaszon helyezkedik el, úgy, hogy  $BF \perp AE$ .



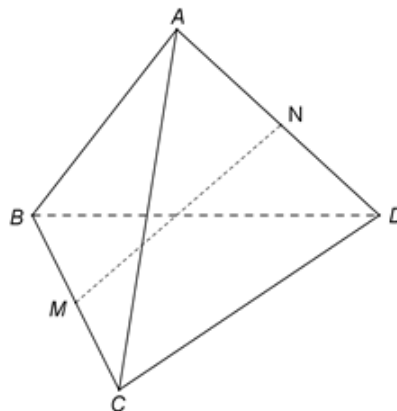
2. ábra

5p a) Mutassátok ki, hogy az  $ABCD$  téglalap területe  $200\sqrt{2}$  cm<sup>2</sup>.

5p b) Mutassátok ki, hogy az  $EF$  szakasz hossza  $\frac{10\sqrt{3}}{3}$  cm.

5p c) Bizonyítsátok be, hogy a  $B$ ,  $F$  și  $D$  pontok kollineárisak.

2. A 3. ábrán egy  $ABCD$  tetraédert ábrázoltunk, ahol  $AB = AC = AD = 10$  cm. Tudjuk, hogy a  $BCD$  háromszög egyenlő oldalú, és a kerülete 30 cm, az  $M$  és  $N$  pontok pedig a  $BC$  és  $AD$  szakaszok felezőpontjai.



3. ábra

5p a) Mutassátok ki, hogy az  $ABC$  háromszög kerülete 30 cm.

5p b) Bizonyítsátok be, hogy ha  $P$  a  $BD$  szakasz felezőpontja, akkor az  $MP$  egyenes párhuzamos az  $(ACD)$  síkkal.

5p c) Bizonyítsátok be, hogy az  $AB$  és  $MN$  egyenesek által bezárt szög mértéke  $45^\circ$ .

EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a  
Matematică

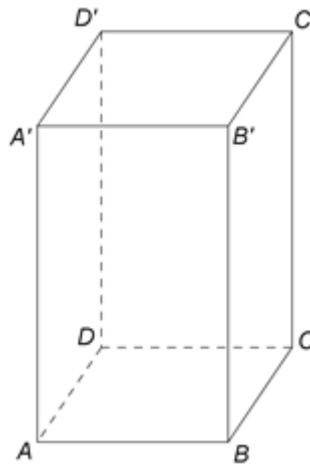
Test 12

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 2 ore.

I. TĒTEL – Csak a helyes eredményt írđ a vizsgalpra!

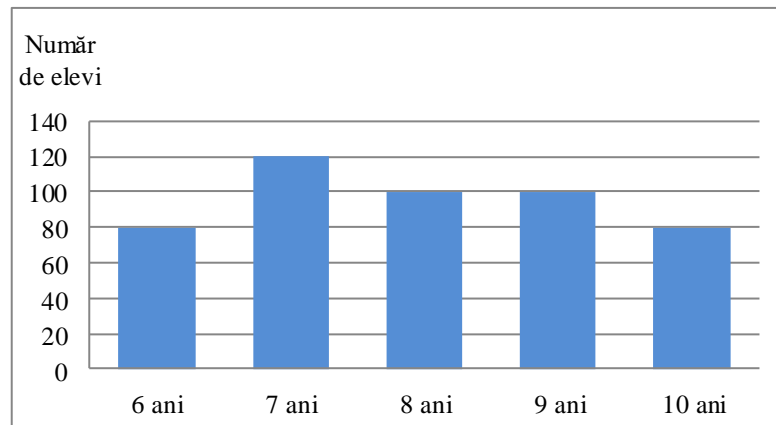
(30 pont)

- 5p 1. A  $8 \cdot 6 - 6 : 2$  számítás eredménye egyenlő ... .
- 5p 2. Nyolc ugyanolyan könyv ára 40 lej. Kettő ezekből a könyvekből összesen ... lej.
- 5p 3. A legkisebb természetes szám a  $[-3, 4]$  intervallumból ... .
- 5p 4. Az  $ABCD$  téglalapban  $AB = 6$  cm és  $BC = 4$  cm. Ennek a téglalapnak a kerülete ... cm.
- 5p 5. Az 1. ábrán egy  $ABCD A'B'C'D'$  téglatest látható. Az  $AD$  és  $BB'$  egyenesek által bezárt szög mértéke ... °.



1. ábra

- 5p 6. Az alábbi diagram egy sportklub tanulóinak életkor szerinti eloszlását ábrázolja.



A diagram adatai szerint, a sportklub azon tanulóinak a száma, amelyeknek életkora legtöbb 8 év egyenlő... .

II. FELADAT- A feladatok részletes megoldását írđ a vizsgalpra!

(30 pont)

- 5p 1. Rajzoljatok a vizsgalpra egy  $ABC$  egyenlőoldalú háromszöget!
- 5p 2. Tudva azt, hogy  $a - \frac{1}{a} = 3$ , ahol  $a$  egy zérótól különböző valós szám, mutassátok ki, hogy  $a^2 + \frac{1}{a^2} = 11$ .
- 5p 3. Egy teszt 30 kérdést tartalmaz. Minden helyes válaszáért 5 pont jár, minden helytelen válaszáért

pedig levonnak 2 pontot. Nem jár pont a jelenlétért. Alina, aki mind a 30 kérdésre válaszolt, 122 pontot ért el. A tesztből hány kérdésre adott helyes választ Alina?

4. Adottak az  $a = 3 + 2\sqrt{2} + |2\sqrt{2} - 3|$  és  $b = \left(\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{2}\right)\left(\frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{\sqrt{6}} + \frac{\sqrt{4} - \sqrt{3}}{\sqrt{12}}\right)$  valós számok.

5p a) Mutassátok ki, hogy  $a = 6$ !

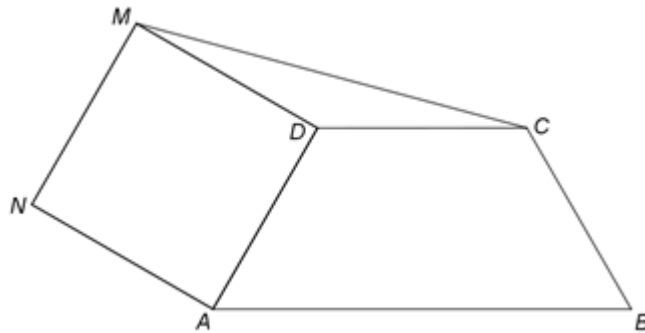
5p b) Számítsátok ki az  $N = \sqrt{a+b}$  szám egész részét!

5p 5. Adott az  $E(x) = (2x+3)^2 - (x-3)(x+7) - 2(x-2)^2$  kifejezés, ahol  $x$  egy valós szám. Határozzátok meg az  $a$  valós számot, amelyre az  $E(a)$  értéke a lehető legkisebb!

### III. FELADAT- A feladatok részletes megoldását írd a vizsgalapra!

(30 pont)

1. A 2. ábrán egy  $ABCD$  egyenlőszárú trapéz látható, ahol  $AB \parallel CD$ ,  $AB = 20$  cm,  $AD = 10$  cm,  $CD = 10$  cm és  $ADMN$  egy négyzet.



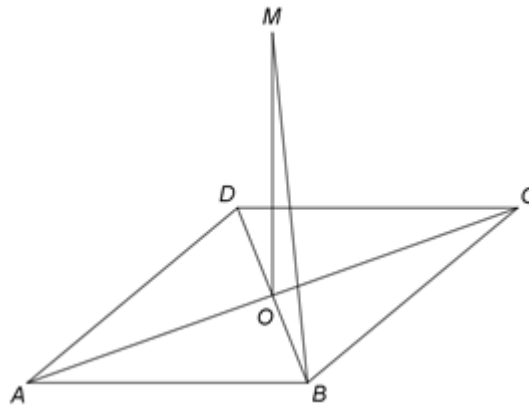
2. ábra

5p a) Mutassátok ki, hogy az  $ABCD$  trapéz kerülete 50cm!

5p b) Számítsátok ki a  $DCM$  szög mértékét!

5p c) Bizonyítsátok be, hogy a  $B$ ,  $D$  és  $M$  pontok kollineárisak!

2. A 3. ábrán egy  $ABCD$  négyzet látható, amelynek oldala 8cm. Az  $MO \perp (ABC)$ , ahol  $\{O\} = AC \cap BD$ , és  $MO = 4\sqrt{6}$  cm.



3. ábra

5p a) Mutassátok ki, hogy az  $ABCD$  négyzet területe  $64\text{cm}^2$ .

5p b) Határozzátok meg az  $MB$  egyenes és az  $(ABC)$  sík által bezárt szög mértékét!

5p c) Tudva azt, hogy az  $N$  az  $O$  pontnak az  $(MBC)$  síkra eső vetülete, bizonyítsátok be, hogy az  $N$  magasságpont az  $MBC$  háromszögben!

EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a

Matematika

13. Test

- Minden tétel kötelező. Hivatalból 10 pontot kapsz.
- Munkaidő 2 óra.

I. FELADATSOR – Csak az eredményeket írd a vizsgalpra!

(30 pont)

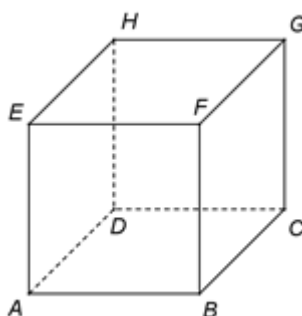
5p 1. A  $(2+3) \cdot 10 - 10 : 5$  számítás eredménye egyenlő ...

5p 2. Ha  $\frac{x+2}{12} = \frac{7}{6}$ , akkor  $x$  egyenlő ...

5p 3. A  $[-1,7)$  intervallumban található legnagyobb természetes szám ...

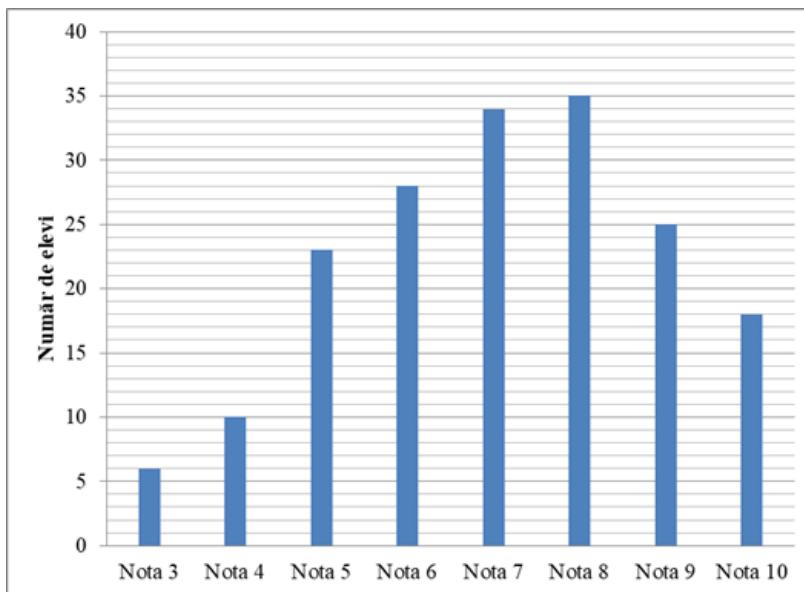
5p 4. Az  $ABCD$  négyzet oldala 5 cm. Ennek a négyzetnek az átlója ... cm.

5p 5. Az 1. ábrán egy  $ABCDEFGH$  kocka található. Az  $AB$  és  $DG$  egyenesek által bezárt szög mértéke ...°.



1. ábra

5p 6. Az alábbi diagram egy iskola VIII. osztályos diákjainak az év eleji felméréjén elért eredményeit tünteti fel.



A diagramban levő információk alapján a 8-as osztályzatot elért diákok száma .... – tel nagyobb, mint a 4-es osztályzatot elért diákok száma.

II. FELADATSOR- A feladatok részletes kidolgozását írd le a vizsgalpra!

(30 pont)

5p 1. Rajzolj a vizsgalpra egy  $ABCD A' B' C' D'$  téglatesztet!

5p 2. Határozd meg az  $a$ ,  $b$  és  $c$  prímszámokat, tudva, hogy  $a < b < c$  és  $\overline{ab} + \overline{bc} + \overline{ca} = 154$ .

5p 3. Egy tárgy ára 360 lej. A tárgy árának  $p\%$  - kal való árcsökkenése után egy újabb 25% -os árcsökkenés következett, és így a tárgy új ára 243 lej. Határozd meg a  $p$  számot!

4. Adottak az  $x = 2\sqrt{3}(\sqrt{75} - 2\sqrt{108} + \sqrt{243})$  és  $y = \left(\frac{2}{5\sqrt{7}} + \frac{5}{2\sqrt{7}}\right) \cdot \sqrt{700} - \sqrt{(-2)^2}$  valós számok.

5p a) Mutasd ki, hogy  $x = 12$ .

5p b) Számítsd ki az  $x$  és  $y$  számok számtani közepének valamint mértani közepének különbségét!

5p 5. Adott az  $E(x) = (2x+3)^2 + x(x-15) - 4(x-1)^2 + 1$  kifejezés, ahol  $x$  valós szám. Számítsd ki az  $N = a^2 + b^2$  értékét, ahol  $a$  és  $b$  valós számok, valamint  $a < b$ , amelyekre  $E(x) = (x+a)(x+b)$ , bármely  $x$  valós szám esetén.

**III. FELADATSOR- A feladatok részletes kidolgozását írd le a vizsgalpra!**

**(30 pont)**

1. A 2. ábra egy  $ABCD$  rombuszt ábrázol, ahol  $AB = 18$  cm és  $m(\angle ABC) = 60^\circ$ .

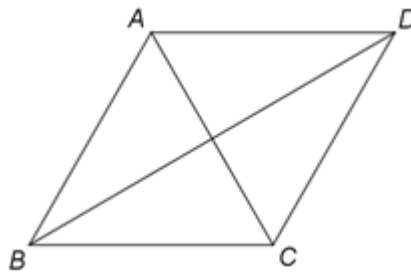


Figura 2

5p a) Igazold, hogy az  $ABCD$  rombusz kerülete 72 cm.

5p b) Igazold, hogy a  $BD$  átló hossza  $18\sqrt{3}$  cm.

5p c) Az  $ABCD$  rombusz  $AB$ ,  $BC$ ,  $CD$  és  $DA$  oldalain felvesszük az  $M$ ,  $N$ ,  $P$ , valamint  $Q$  pontokat úgy, hogy  $MN \parallel AC$  és  $MNPQ$  egy négyzet. Bizonyítsd be, hogy  $(\sqrt{3} + 1)MN = BD$ .

2. A 3. ábrán egy  $ABC$  derékszögű háromszög található, ahol  $AB \perp AC$ ,  $AB = 4\sqrt{10}$  cm,  $AC = 12\sqrt{10}$  cm és  $PA \perp (ABC)$ ,  $PA = 12$  cm. Az  $A$  pont vetülete a  $BC$  egyenesre a  $D$  pont.

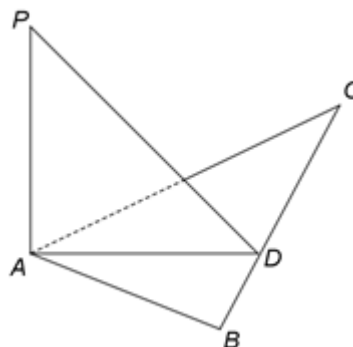


Figura 3

5p a) Igazold, hogy  $BC = 40$  cm.

5p b) Határozd meg az  $PD$  egyenes és az  $(ABC)$  sík által bezárt szög mértékét.

5p c) Bizonyítsd be, hogy az a szám, amely az  $A$  pont távolságát mutatja a  $(PBC)$  síktól, centiméterben kifejezve hozzátartozik az  $I = (8,46; 8,52)$  halmazhoz. Feltételezzük, hogy ismert a következő összefüggés  $1,41 < \sqrt{2} < 1,42$ .

EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a

Matematică

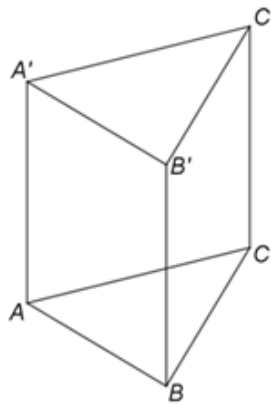
Test 14

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 2 ore.

I. TÊTEL – Csak az eredményeket írđ a vizsgalagra!

(30 de puncte)

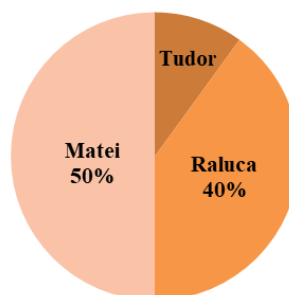
- 5p 1. A  $(4+7) \cdot 6 - 2 \cdot 3$  számítás eredménye ... .
- 5p 2. Tíz egyforma füzet összesen 30 lejbe kerül. Ezek közül hét füzet összesen ... lejbe kerül.
- 5p 3. Az  $M = \{x \in \mathbb{R} \mid -3 \leq x \leq 4\}$  halmaz intervallumként felírt alakja ... .
- 5p 4. Egy rombusz kerülete 48cm. Ezen rombusz oldalának hossza ... cm .
- 5p 5. Az 1. ábrán egy háromoldalú hasáb látható, melynek alapja egyenlő oldalú háromszög. Az  $AB$  és  $A'C'$  egyenesek szögének mértéke ... ° .



1. ábra

- 5p 6. Egy iskolai diáktanács képviselőjének megválasztásakor a szavazás eredményét az alábbi diagram szemlélti.

Consiliul Elevilor  
Rezultate vot



A diagram információi alapján az iskola tanulói közül a Matei-re szavazók száma ennyiszor nagyobb a Tudorra szavazó tanulók számánál: ... .

II. TÊTEL – A feladatok részletes megoldását írđ a vizsgalagra!

(30 de puncte)

- 5p 1. Rajzolj a vizsgalagra egy  $ABCDEFGH$  téglatestet!
- 5p 2. Határozd meg az  $\overline{abc}$  alakú természetes számokat, ahol  $a < b < c$ , ha tudjuk, hogy  $\overline{ab} + \overline{bc} + \overline{ca} = 132$  és  $b$  egyenlő az  $a$  és  $c$  számok számtani közepével!
3. Mihály a szüleitől egy pénzösszeget kapott. Miután elköltötte ennek a pénzösszegnek a kétötödét, azután pedig a megmaradt pénz 25% -át, Mihálynak még 54 leje maradt. Számítsd ki azt a pénzösszeget, amelyet Mihály a szüleitől kapott!

4. Adottak az  $x = (3\sqrt{20} - 2\sqrt{45} + \sqrt{405}) \cdot 0,3$  és  $y = \left( \frac{2\sqrt{6}}{\sqrt{2}} + \frac{3\sqrt{15}}{\sqrt{20}} + \frac{\sqrt{189}}{\sqrt{28}} \right) : \frac{3}{\sqrt{3}} - |2\sqrt{5} - 5|$  valós számok.

5p a) Igazold, hogy  $x = 3\sqrt{5}$  !

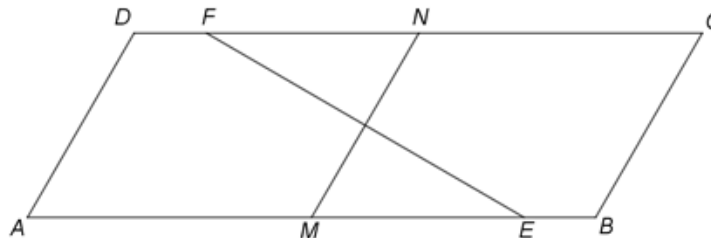
5p b) Határozd meg a  $p$  prímszámot, ha tudjuk, hogy az  $N = (x + y)^{2020}$  természetes szám osztható  $p$ -vel!

5p 5. Adott az  $E(x) = 2(x+3)^2 - 3(x-1)(x+3) + (x-2)^2 - 31$  kifejezés, ahol  $x$  valós szám. Számítsd ki az  $A = E(1) - E(2) + E(3) - E(4) + \dots + E(2019) - E(2020)$  szám abszolút értékét!

**II. TÉTEL – A feladatok részletes megoldását írd a vizsgalagra!**

**(30 de puncte)**

1. A 2. ábrán látható  $ABCD$  paralelogrammában  $AD = 6$  cm és  $AB = 16$  cm. Az  $M$  és  $N$  pontok az  $AB$ , illetve  $CD$  oldalak felezőpontjai. Az  $E$  és  $F$  pontok a  $BM$ , illetve  $DN$  szakaszokon helyezkednek el úgy, hogy  $EF \perp MN$  és  $ME = NF = 6$  cm.



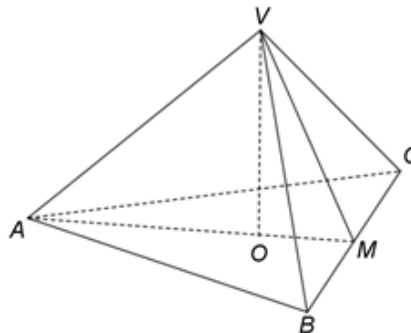
2. ábra

5p a) Igazold, hogy az  $ABCD$  paralelogramma kerülete 44 cm !

5p b) Bizonyítsd be, hogy  $MN$  egyenes az  $EF$  szakasz felezőmerőlegese!

5p c) Számítsd ki az  $ABCD$  paralelogramma területét!

2. A 3. ábrán látható  $VABC$  háromoldalú gúla alapja az  $ABC$  egyenlő oldalú háromszög, melyben  $AB = 12$  cm, magassága pedig  $VO$ , ahol az  $O$  pont az  $ABC$  háromszög köré írt kör középpontja.  $M$  pont a  $BC$  szakasz felezőpontja és  $VM = 6$  cm.



3. ábra

5p a) Igazold, hogy  $AM = 6\sqrt{3}$  cm !

5p b) Igazold, hogy  $AV \perp (VBC)$  !

5p c) Bizonyítsd be, hogy az  $AM$  egyenes és a  $(VBC)$  sík által alkotott szög tangense egyenlő  $\sqrt{2}$ -vel!

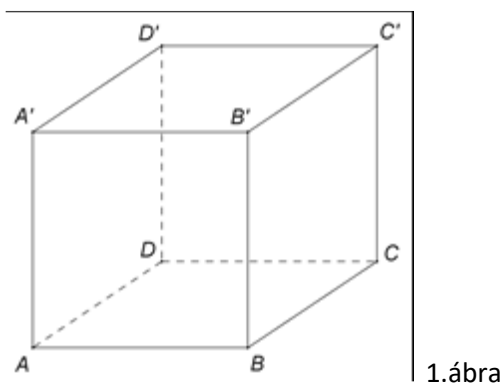


Matematika - VIII. osztály

15. Gyakorlóteszt

**I. TÉTEL – Csak az eredményeket írjátok a vizsgalapra!**

1. A  $35:35:(2+5)$  számítás eredménye ...
2. Az a szám, mely 20-nak a negyede egyenlő.....
3. Az a legnagyobb természetes szám, mely 20-nak többszöröse az  $A=\{10,20,30, \dots, 90\}$  halmazból egyenlő.....
4. Egy kör kerülete  $12\pi$  cm. A kör átmérője ....cm.
5. Az 1. ábrán az  $ABCD A'B'C'D'$  kocka, melyben  $AB=5$  cm. A  $BB'$  szakasz hossza egyenlő.....cm.



1. ábra

6. Az alábbi táblázatban egy nyolcadikos osztály diákjainak az első félévben elért matematika átlag jegyeit mutatja.

Átlag	4	5	6	7	8	9	10
A diákok száma	1	4	5	7	6	5	2

A táblázatnak megfelelően azok a diákok száma, melyek legkevesebb 9-est értek el matematikából az első félévben egyenlő ....

**II. TÉTEL – A teljes megoldást írjátok a vizsgalapra!**

1. Rajzoljátok a vizsgalapra egy ABCD teraédert.
2. Határozzátok meg azt az  $a$  természetes számot tudva, hogy ha a  $\overline{33a}$  számot elosztjuk egy egy jegyű természetes számmal maradéku 8-at kapunk.
3. Két természetes szám számtani közepe 12. Határozzátok meg a két számot, ha az egyik szám közülük háromszor nagyobb, mint a másik szám.

4. Legyen  $x = 7\sqrt{24} - 3\sqrt{3}(8\sqrt{3} - 2(4\sqrt{3} - 2\sqrt{2}))$  és  $y = \left(\frac{7}{6\sqrt{2}} - \frac{5}{3\sqrt{2}} + \frac{3}{4\sqrt{2}}\right) : \frac{1}{\sqrt{288}}$ .

a) Mutassátok ki, hogy  $x = 2\sqrt{6}$ .

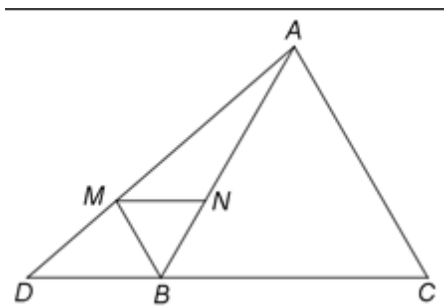
b) Bizonyítsátok be, hogy  $|x - y\sqrt{3}| = -x + y\sqrt{3}$ .

5. Adott az  $E(x) = (2x - 1)^2 - 3(x - 2)(x + 1) + (x + 1)^2 - x - 8$ , ahol  $x$  egy valós szám.

Bizonyítsátok be, hogy bármely  $a$  nullától különböző valós számra az  $E(a)$  és  $E\left(\frac{1}{a}\right)$  számok mértani közepe egy természetes szám.

### **III. TÉTEL – A teljes megoldást írjátok a vizsgalapra!**

1. A 2. ábrán az ABC háromszög egyenlő oldalú, melyben  $AB = 12$  cm és a D pont a BC egyeneshez tartozik úgy, hogy  $BC = 2BD$  és  $B \in (CD)$ . A BM félegyenes  $M \in AD$ , az ABD szög szögfelezője és N az AB egyenes és az M ponton át BC-hez húzott párhuzamos egyenes metszéspontja.



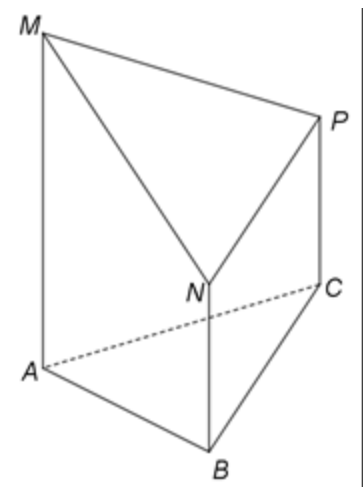
2. ábra

a) Mutassátok ki, hogy az ABC háromszög területe  $36\sqrt{3} \text{ cm}^2$ .

b) Bizonyítsátok be, hogy a BMN és ABC háromszögek hasonlóak.

c) Mutassátok ki, hogy a B pont távolsága az AD-hez egyenlő  $\frac{6\sqrt{21}}{7} \text{ cm}$ .

2.A 3. ábrán az ABC háromszög egyenlő oldalú, melyben  $AB=10$  cm és az  $AM, BN$  és  $CP$  egyenesek merőlegesek az  $(ABC)$  síkra úgy, hogy  $AM=10\sqrt{3}$  cm,  $BN=5\sqrt{3}$  cm és  $CP=5\sqrt{3}$  cm és az  $M, N, P$  pontok az  $(ABC)$  sík ugyanazon oldalán vannak.



3.ábra

- Mutassátok ki, hogy az  $ABC$  háromszög kerülete  $30$  cm.
- Bizonyítsátok be, hogy a  $BC$  egyenes párhuzamos az  $(ANP)$  síkkal.
- Határozzátok meg az  $A$  pont távolságát az  $(MNP)$  síktól.